1934 11 МАРТА — 11 MARS № 8

ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

IMPERIAL MYCOLOGICA INSTITUTE 12 APR. 1934

COMPTES RENDUS
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

НОВАЯ СЕРИЯ — NOUVELLE SÉRIE

Том I — Volume I

ОГЛАВЛЕНИЕ — SOMMAIRE

	стр.
С. Л. Соболев. Новый метод решения задачи Коши для уравнений в частных производных второго порядка	433
Г. Т. Соколов. Об одном свойстве тригонометрических сумм	439
В. А. Фок. Об одном определенном интеграле, содержащем цилиндрическую функцию $K_\nu(x)$	443
Д. И. Еропкин и В. Н. Кондратьев. Атмосферные полосы $O^{16}O^{18}$ в спектре солнца	445
С. Шубин и С. Вонсовский. К теории обменного взаимодействия	449
И. Тамм и С. Альтшулер. Магнитный момент нейтрона	455
С. Э. Фриш и В. А. Матвеев. Свойства атомных ядер некоторых элементов	460
Ю. М. Толмачев. Качественное и количественное определение лития, рубидия и цезия спектральным путем	464

	pag.
S. Sobolev. La nouvelle méthode de résolution du problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles de second ordre	435
G. Sokolov. Sur une propriété des sommes trigonométriques	441
V. Fock. On a Certain Definite Integral Connected with the Cylindric Function $K_\nu(x)$	444
D. Eropkin und V. Kondratjev. Die atmosphärischen Banden $O^{16}O^{18}$ im Sonnenspektrum	447
S. Šubin und S. Vonsovskij. Zur Theorie der Austauschwechselwirkung	452
I. Tamm und S. Altschuler. Das magnetische Moment des Neutrons	458
S. Frisch und V. Matvejev. Über die Kernmomente einiger Elemente	462
J. Tolmačev. Qualitative und quantitative Bestimmung von Lithium, Rubidium und Cäsium auf spektroskopischem Wege	468

(См. на обороте

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
ЛЕНИНГРАД — LENINGRAD

(Продолжение)

	стр.
В. М. Чулановский и М. П. Мохнаткин. Тонкое строение линии He II 1640 Å	471
В. М. Чулановский. Вращательная структура полос молекулы азота в шумановской области	473
Ю. А. Крутков. О линейных задачах теории броуновского движения. I	480
И. Курчатов, Г. Щепкин, А. Вибе и В. Бернашевский. γ-лучи при бомбардировке бора протонами	486
А. И. Бродский и Ф. И. Трахтенберг. О применении теории Дебая и Гюккеля к неводным растворам	490
М. С. Немцов и Г. В. Сиповский. Исследование катализаторов для деструктивной гидрогенизации. Деструктивная гидрогенизация нафталина в присутствии трехсернистого молибдена	494
В. С. Садиков, В. А. Вадова и Р. Г. Кристаллинская. Экстракционное фракционирование белковых катализаторов органическими растворителями. II	500
Р. И. Белкин. Этюды по регенерации у амфибий. I. Регенерация конечностей на спине	505
Е. Л. Исаченко, М. М. Овчукова, А. А. Предтеченская и Т. В. Липская. О самонагревании зерна	507
Э. Асратян. Системность работы больших полушарий головного мозга	510
О. А. Вальтер и М. Ф. Лилиенштерн. К диагностике пола у конопли	515
Г. Ю. Верещагин. Термические особенности текучих вод	522

	PAG.
V. Čulanovskij und M. Mochnatkin. Die Feinstruktur der Linie He II 1640 Å	472
V. Čulanovskij. Die Rotationsstruktur der Banden des Stickstoffmoleküls im Schumanngebiet	476
G. Krutkow. Über die linearen Probleme der Theorie der Brownschen Bewegung. I	482
I. Kurčatov, G. Ščepkin, A. Wiebe and V. Bernaševskij. γ-Rays Bombardment of Boron with Protons	488
A. Brodskij und F. Trachtenberg. Über die Anwendbarkeit der Theorie von Debye und Hückel auf nichtwässerige Lösungen	492
M. Nemcov und G. Sipovskij. Untersuchung der Katalysatoren für destruktive Hydrogenisation. Hydrogenisation des Naphtalins in Gegenwart von Molybdänsulfid	498
V. Sadikov (Ssadikow), **V. Vadova und R. Kristallinskaja.** Fraktionierung von Eiweisskatalysaten mit Hilfe von organischen Extraktionsmitteln. II	504
R. Belkin. Studien über die Regeneration bei Amphibien. I. Regeneration von Extremitäten am Rücken	506
E. Isačenko (Issatschenko), **M. Ovčukova, A. Predtečenskaja und T. Lipskaja.** Über Selbsterhitzung des Korns	509
E. Asratian. Systematism in the Work of the Great Hemispheres of the Brain	512
O. Walther and M. Lilienstern. Contribution to the Diagnosis of Sex in Hemp	518
G. Vereščagin. Die thermischen Eigentümlichkeiten fliessender Wasser	525

Доклады Академии Наук СССР 1934
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

МАТЕМАТИКА

С. Л. СОБОЛЕВ

НОВЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

(*Представлено академиком И. М. Виноградовым 20 II 1934*).

В одной из предыдущих заметок мы рассматривали решение задачи для волнового уравнения в пространстве $(2k+1)$ переменного [1].

Здесь мы займемся решением той же задачи для произвольного уравнения гиперболического типа с $(2k+2)$ независимыми переменными.

Как известно эта задача в общем виде решена Hadamard'ом. Ниже мы даем новое решение этой проблемы.

Для упрощения мы положим, что наше уравнение имеет следующий канонический вид:

$$D_i(u) = \sum_{i=1}^{2k+1} A_i \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sum_{i=1}^{2k+1} B_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + Cu = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad [1]$$

где коэффициенты A_i — положительны.

С целью получения наиболее простых формул мы предположим, что все эти коэффициенты обращаются в единицу в некоторой точке пространства

$$x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0, \qquad [2]$$

а производные от них в этой точке уничтожаются.

Очевидно, что это не уменьшает общности рассуждений.

Построим гиперконус характеристик с вершиной в этой точке:

$$t = \tau\left(x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}, x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0\right) \qquad [3]$$

и условимся обозначать символом:

$$u_s = \left[\frac{\partial^s u}{\partial t^s}\right] = \frac{\partial^s u}{\partial t^s}\left(x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}, \tau(x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}, \ldots x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0)\right). \qquad [4]$$

Из общей теории характеристик известно, что значения u_s не независимы между собой.

С помощью простых вычислений получим для этих функций ряд соотношений:

$$\begin{aligned}
&D_1^{(1)}(u_0) + L_1(u_1) = 0\\
&D_2^{(2)}(u_0) + D_1^{(2)}(u_1) + L_2(u_2) = 0\\
&D_3^{(3)}(u_0) + D_2^{(3)}(u_1) + D_1^{(3)}(u_2) + L_3(u_3) = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&D_k^{(k)}(u_0) + D_{k-1}^{(k)}(u_2) + D_{k-2}^{(k)}(u_2) + \ldots + D_1^{(k)}(u_{k-1}) + L_k(u_k) = 0.
\end{aligned} \qquad [5]$$

Операции $D_1^{(1)}$, $D_2^{(2)}$, $\ldots D_k^{(k)} \ldots L_1$, L_2, $\ldots L_k$ представляют собою линейные операции в пространстве R_{2k+1} с координатами $x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}$. $D_1^{(1)}, D_2^{(2)}, \ldots D_k^{(k)} \ldots$ суть операции второго порядка, а L — первого.

Уравнения [5] можно найти например в книге Hadamard'a „Leçons sur la propagation des ondes“ (2).

Обозначая через

$$D_1^{(1)*},\ D_2^{(2)*},\ \ldots\ D_k^{(k)*}\ \ldots\ L_1^*,\ L_2,^*\ \ldots\ L_k^*$$

операции сопряженные с $D_1^{(1)} \ldots L_1,\ L_2, \ldots L_k$ введем k новых функций $\sigma_1,\ \sigma_2, \ldots \sigma_k$ с помощью рекуррентных формул:

$$\begin{aligned}
&L_k^*\ (\sigma_1) = 0\\
&L_{k-1}^*(\sigma_2) + D_1^{(k)*}(\sigma_1) = 0\\
&L_{k-2}^*(\sigma_3) + D_1^{(k-1)*}(\sigma_2) + D_2^{(k)*}(\sigma_1) = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&L_1^*(\sigma_k) + D_1^{(2)*}(\sigma_{k-1}) + D_2^{(3)*}(\sigma_{k-2}) + \ldots + D_{k-1}^{(k)*}(\sigma_1) = 0.
\end{aligned} \qquad [6]$$

Мы получим следующее тождество:

$$\begin{aligned}
&[\sigma_1 D_k^{(k)}(u_0) - u_0 D_k^{(k)*}(\sigma_1)] + [\sigma_2 D_{k-1}^{(k-1)}(u_0) - u_0 D_{k-1}^{(k-1)*}(\sigma_2)] + \ldots\\
&\ldots + [\sigma_k L_1^{(1)}(u_0) - u_0 D_1^{(1)*}(\sigma_k)] +\\
&+ [\sigma_1 D_{k-1}^{(k)}(u_1) - u_1 D_{k-1}^{(k)*}(\sigma_1)] + [\sigma_2 D_{k-2}^{(k-1)}(u_1) - u_1 D_{k-2}^{(k-1)*}(\sigma_2)] + \ldots\\
&\ldots + [\sigma_{k-1} D_1^{(2)}(u_1) - u_1 D_1^{(2)*}(\sigma_{k-1})] + [\sigma_k L_1(u_1) - u_1 L_1^*(\sigma_k)] +\\
&+ [\sigma_1 D_{k-2}^{(k)}(u_2) - u_2 D_{k-2}^{(k)*}(\sigma_1)] + [\sigma_2 D_{k-3}^{(k-1)}(u_2) - u_2 D_{k-3}^{(k-1)*}(\sigma_2)] + \ldots\\
&\ldots + [\sigma_{k-2} D_1^{(3)}(u_2) - u_2 D_1^{(3)*}(\sigma_{k-2})] + [\sigma_{k-1} L_2(u_2) - u_2 L_2^*(\sigma_{k-1})] +\\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&+ [\sigma_1 D_1^{(k)}(u_{k-1}) - u_{k-1} D_1^{(k)*}(\sigma_1)] + [\sigma_2 L_{k-1}(u_{k-1}) - u_{k-1} L_{k-1}^*(\sigma_2)] +\\
&+ [\sigma_1 L_k(u_k) - u_k L_k^*(\sigma_1)] =\\
&= -u_0 [D_1^{(1)*}(\sigma_k) + D_2^{(2)*}(\sigma_{k-1}) + D_3^{(3)*}(\sigma_{k-2}) + \ldots + D_k^{(k)*}(\sigma_1)] = -u_0 \Delta.
\end{aligned} \qquad [7]$$

Левая часть этого уравнения представляет собою расходимость вектора:

$$\begin{aligned}
&\vec{\tau}\Big[\sigma_1 \vec{P}_k^{(k)}(u_0) - u_0 \vec{P}_k^{(k)*}(\sigma_1)\Big] + \Big[\sigma_2 \vec{P}_{k-1}^{(k-1)}(u_0) - u_0 \vec{P}_{k-1}^{(k-1)*}(\sigma_2)\Big] + \ldots\\
&\ldots + \Big[\sigma_k \vec{P}_1^{(1)}(u_0) - u_0 \vec{P}_1^{(1)*}(\sigma_k)\Big] + \Big[\sigma_1 \vec{P}_{k-1}^{(k)}(u_1) - u_1 \vec{P}_{k-1}^{(k)*}(\sigma_1)\Big] +\\
&+ \Big[\sigma_2 \vec{P}_{k-2}^{(k-1)}(u_1) - u_1 \vec{P}_{k-2}^{(k-1)*}\sigma_2)\Big] + \ldots + \Big[\sigma_{k-1} \vec{P}_1^{(2)}(u_1) - u_1 P_1^{(2)*}(\sigma_{k-1})\Big] +\\
&+ \Big[\sigma_k \vec{Q}_1(u_1) - u_1 \vec{Q}_1^*(\sigma_k)\Big] + \Big[\sigma_1 \vec{P}_{k-2}^{(k)}(u_2) - u_2 \vec{P}_{k-2}^{(k)*}(\sigma_1)\Big] +\\
&+ \Big[\sigma_2 \vec{P}_{k-3}^{(k-1)}(u_2) - u_2 \vec{P}_{k-3}^{(k-1)*}(\sigma_2)\Big] + \ldots + \Big[\sigma_{k-2} \vec{P}_1^{(3)}(u_2) - u_2 \vec{P}_1^{(3)*}(\sigma_{k-2})\Big] +\\
&+ \Big[\sigma_{k-1} \vec{Q}_2(u_2) - u_2 \vec{Q}_2^*(\sigma_{k-1})\Big] +
\end{aligned} \qquad [8]$$

$$\begin{aligned}
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots +\\
&+ \Big[\sigma_1 \vec{P}_1^{(k)}(u_{k-1}) - u_{k-1} \vec{P}_1^{(k)*}(\sigma_1)\Big] + \Big[\sigma_2 \vec{Q}_{k-1}(u_{k-1}) - u_{k-1} \vec{Q}_{k-1}^*(\sigma_2)\Big] +\\
&+ \Big[\sigma_1 \vec{Q}_k(u_k) - u_k \vec{Q}_k^*(\sigma_1)\Big] + \vec{R}_k^{(k)} \sigma_1 u_0 + \vec{R}_{k-1}^{(k-1)} \sigma_2 u_0 + \ldots + \vec{R}_1^{(1)} \sigma_k u_0 +\\
&+ \vec{R}_{k-1}^{(k)} \sigma_1 u_1 + \vec{R}_{k-2}^{(k-1)} \sigma_2 u_1 + \ldots + \vec{R}_1^{(2)} \sigma_{k-1} u_1 + \vec{G}_k \sigma_k u_1 + \vec{R}_{k-2}^{(k)} \sigma_1 u_2 +\\
&+ \vec{R}_{k-3}^{(k-1)} \sigma_2 u_2 + \ldots + \vec{R}_1^{(3)} \sigma_{k-1} u_2 + \vec{G}_{k-1} \sigma_{k-1} u_2 + \ldots + \vec{R}_1^{(k)} \sigma_1 u_{k-1} +\\
&+ \vec{G}_2 \sigma_2 u_{k-1} + \vec{G}_1 \sigma_1 u_k.
\end{aligned}$$

Мы определили функции $\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_k$ с некоторой произвольностью. Воспользовавшись соответствующим подбором этих произвольных членов, мы можем достичь того, что асимптотические выражения этих функций в окрестности $x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0$ будут совпадать с формулами [13] цитированной работы (1).

Выберем теперь некоторый объем Ω в пространства R_{2k+1}, не содержащей точки $x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0$. Применяя к этому объему известную формулу Гаусса, мы приходим к тождеству:

$$\iint_{\Omega} u_0 \Delta d\tau = \int_S \vec{\tau} \cdot \nu dS, \qquad [9]$$

где через ν обозначено направление внутренней нормали. Мы пользуемся при этом обозначениями цитированной статьи (1).

Пусть теперь Ω некоторый объем, содержащий точку $x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0$ внутри себя. Вырежем эту точку малой сферой σ радиуса ε и применим формулу [9] к оставшемуся объему.

Устремляя ε к нулю, получим:

$$\iint_{\Omega} u_0 \Delta d\tau = \int_S \vec{\tau} \cdot \nu dS + \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\sigma} \vec{\tau} \cdot \nu dS. \qquad [10]$$

Простые вычисления показывают, что при сделанных нами допущениях

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\sigma} \vec{\tau} \cdot \nu dS = (-1)^k (2k-1)\, 2\pi^{\frac{2k+1}{2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{\tau\left(\frac{i+1}{2}\right)}{\tau\left(\frac{i+2}{2}\right)} u\left(x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0\right) =$$

$$= \varkappa u\left(x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0\right).$$

Откуда наконец:

$$u\left(x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0\right) = -\frac{1}{\varkappa} \int_S \vec{\tau} \cdot \nu dS + \frac{1}{\varkappa} \iint_{\Omega} u_0 \Delta d\tau. \qquad [11]$$

При соответствующем выборе S первый из интегралов будет известной функцией, и равенство [11] дает нам интегральное уравнение 2-го рода для неизвестной функции u, которое может быть решено с помощью последовательных приближений.

Простейший случай уравнения в трехмерном пространстве с коэффициентами, независящими от t, был рассмотрен В. Гоголадзе (3) и автором (4).

Физико-математический институт
Академии Наук им. В. А. Стеклова.
Ленинград.

Поступило
20 II 1934.

MATHÉMATIQUES

NOUVELLE MÉTHODE DE RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE CAUCHY POUR LES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DE SECOND ORDRE

Par S. SOBOLEV

(Presenté par I. Vinogradow, de l'Académie, le 20. II. 1934)

Dans un article précédent (1) nous avons considéré la résolution du problème de Cauchy pour l'équation d'onde à $2k+1$ dimensions. Ici nous

nous occupons de la résolution du même problème pour l'équation générale du type hyperbolique à $(2k+2)$ variables indépendantes.

Il est bien connu que ce problème a déjà été resolu par J. Hadamard. Ici nous en donnerons une seconde solution.

Pour simplifier l'écriture nous supposons que notre équation est représentée sous la forme canonique suivante:

$$D_i(u) = \sum_{i=1}^{2k+1} A_i \frac{\partial^2 n}{\partial x_i^2} + \sum_{i=1}^{2k+1} B_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + Cu = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad [1]$$

les coefficients A_i étant positifs. Dans le but d'obtenir les formules les plus simples, nous supposons que ces cofficients sont égaux à l'unité en un point quelconque,

$$\left(x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0\right), \qquad [2]$$

et que leurs dérivées en ce point sont égales à zéro. Il est évident que cela ne fait pas de tort à la généralité.

Construisons l'hypercône caractéristique au sommet en ce point:

$$t = \tau\left(x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}, x_1^0, x_2^0 \ldots x_{2k+1}^0, t^0\right) \qquad [3]$$

et convenons de désigner par le symbole

$$u_s = \left[\frac{\partial^s u}{\partial t^s}\right] = \frac{\partial^s u}{\partial t^s}\left(x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}, \tau\left(x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}, x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0\right)\right). \qquad [4]$$

De la théorie générale des caractéristiques il s'ensuit que les valeurs de u_s ne sont pas indépendantes.

Un calcul simple nous donne les relations qui existent entre ces fonctions:

$$\begin{aligned}
&D_1^{(1)}(u_0) + L_1(u_1) = 0\\
&D_2^{(2)}(u_0) + D_1^{(2)}(u_1) + L_2(u_2) = 0\\
&D_3^{(3)}(u_0) + D_2^{(3)}(u_1) + D_1^{(3)}(u_2) + L_3(u_3) = 0 \qquad [5]\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&D_k^{(k)}(u_0) + D_{k-1}^{(k)}(u_1) + D_{k-2}^{(k)}(u_2) + \cdots + D_1^{(k)}(u_{k-1}) + L_k(u_k) = 0.
\end{aligned}$$

$D_1^{(1)}, D_2^{(2)}, \ldots D_k^{(k)}, \ldots L_1, L_2, \ldots L_k$ sont des opérations linéaires dans l'espace R_{2k+1} aux coordonnées $x_1, x_2, \ldots x_{2k+1}$. $D_1^{(1)}, D_2^{(2)}, \ldots D_k^{(k)}, \ldots$ sont du second ordre et L du premier. Les relations [5] se trouvent par exemple dans le livre de J. Hadamard „Leçons sur la propagation des ondes“ (2).

Désignant par

$$D_1^{(1)*}, D_2^{(2)*}, \ldots D_k^{(k)*} \ldots, L_1^*, L_2^*, \ldots L_k^*$$

les opérations conjuguées, introduisons les k nouvelles fonctions $\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_k$ par les formules de récurrence:

$$\begin{aligned}
&L_k^*(\sigma_1) = 0\\
&L_{k-1}^*(\sigma_2) + D_1^{(k)*}(\sigma_1) = 0\\
&L_{k-1}^*(\sigma_3) + D_1^{(k-1)*}(\sigma_2) + D_2^{(l)*}(\sigma_1) = 0 \qquad [6]\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&L_1^*(\sigma_k) + D_1^{(2)*}(\sigma_{k-1}) + D_2^{(3)*}(\sigma_{k-2}) + \cdots + D_{k-1}^{(k)*}(\sigma_1) = 0.
\end{aligned}$$

Alors nous aurons l'identité suivante:

$$[\sigma_1 D_k^{(k)}(u_0) - u_0 D_k^{(k)*}(\sigma_1)] + [\sigma_2 D_{k-1}^{(k-1)}(u_0) - u_0 D_{k-1}^{(k-1)*}(\sigma_2)] + \cdots$$
$$\cdots + [\sigma_k D_1^{(1)}(u_0) - u_0 D_1^{(1)*}(\sigma_k)] +$$
$$+ [\sigma_1 D_{k-1}^{(k)}(u_1) - u_1 D_{k-1}^{(k)*}(\sigma_1)] + [\sigma_2 D_{k-2}^{(k-1)}(u_1) - u_1 D_{k-2}^{(k-1)*}(\sigma_2)] + \cdots \quad [7]$$
$$\cdots + [\sigma_{k-1} D_1^{(2)}(u_1) - u_1 D_1^{(2)*}(\sigma_{k-1})] + [\sigma_k L_1(u_1) - u_1 L_1^*(\sigma_k)] +$$
$$+ [\sigma_1 D_{k-2}^{(k)}(u_2) - u_2 D_{k-2}^{(k)*}(\sigma_1)] + [\sigma_2 D_{k-3}^{(k-1)}(u_2) - u_2 D_{k-3}^{(k-1)*}(\sigma_2)] + \cdots$$
$$\cdots + [\sigma_{k-2} D_1^{(3)}(u_2) - u_2 D_1^{(3)*}(\sigma_{k-2})] + [\sigma_{k-1} L_2(u_2) - u_2 L_2^*(\sigma_{k-1})] +$$
$$+ \cdots\cdots\cdots\

Par un choix convenable des termes arbitraires nous pouvons obtenir que les expressions asymptotiques pour ces fonctions au voisinage de $x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0$ ne soient autres que les expressions [13] de notre article précédent (1).

Fixons à présent un volume Ω, dans l'espace R_{2k+1} qui ne contient pas le point $x_1^0\ x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0$. En appliquant à ce volume la formule connue de Gauss nous arriverons à l'identité:

$$\iint_{\Omega} u_0 \Delta d\tau = \int_S \vec{\tau} \cdot \nu dS, \qquad [9]$$

où ν est la direction de la normale intérieure. Les désignations sont les mêmes que nous avons employées dans [1].

Soit maintenant Ω un volume contenant $x_1^0 x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0$ à son intérieur. Découpons ce point par une petite sphère σ de rayon ε et appliquons la formule [9] au volume restant.

Faisant tendre ε vers zéro, nous aurons:

$$\iint_{\Omega} u_0 \Delta \tau = \int_S \vec{\tau} \cdot \nu dS + \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\sigma} \vec{\tau} \cdot \nu dS. \qquad [10]$$

Un calcul simple démontre que dans nos hypothèses

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\sigma} \vec{\tau} \cdot \nu dS = (-1)^k (2k-1) 2\pi^{\frac{2k+1}{2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{\tau\left(\frac{i+1}{2}\right)}{\tau\left(\frac{i+2}{2}\right)} u(x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0) =$$

$$= \varkappa u(x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0),$$

d'où enfin

$$u(x_1^0, x_2^0, \ldots x_{2k+1}^0, t^0) = -\frac{1}{\varkappa} \int_S \vec{\tau} \cdot \nu dS + \frac{1}{\varkappa} \iint_{\Omega} u_0 \Delta d\tau. \qquad [11]$$

Pour un choix convenable de S la première intégrale sera connue et l'équation [11] nous donne une équation intégrale de seconde expèce pour la fonction inconnue u et peut être résolue au moyen d'approximations successives. Les cas simples de l'équation dans l'espace à trois coordonnées, quand les coefficients sont indépendants de t, ont été considérés par V. Gogoladzé (3) et par l'auteur (4).

Institut physico-mathématique
V. Stekloff de l'Académie des
Sciences. Leningrad.

Manuscrit reçu
le 20. II. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

1 С. Л. Соболев. ДАН, 1933, н. с., № 6. S. Sobolev. C. R. de l'Acad. d. Sci. de l'URSS, 1933, nouvelle série, № 6. 2 J. Hadamard. Leçons sur la propagation des ondes. Paris. 3 В. Г. Гоголадзе. ДАН, 1934, № 4. V. Gogoladze. C. R. de l'Acad. d. Sci. de l'URSS, 1934, № 4. 4 С. Л. Соболев. Труды Сейсмологического института АН СССР, № 6. S. Sobolev. Publications de l'Institut séismologique de l'Acad. d. Sci. de l'URSS, № 6.

МАТЕМАТИКА

Г. Т. СОКОЛОВ

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СУММ

(*Представлено академиком С. Н. Бернштейном 19 II 1934*)

Пусть

$$f(x)=\sum_{\nu=0}^{n}(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x) \qquad [1]$$

есть тригонометрическая сумма с вещественными коэффициентами порядка n, которая удовлетворяет условию $|f(x)|\leqslant L$ для всех вещественных значений x.

G. Szegö (1) доказал теорему: если $f(x)$ есть тригонометрическая сумма [1], то для всех вещественных значений x

$$\sqrt{\{f'(x)\}^2+\{g'(x)\}^2}\leqslant nL,$$

где

$$g(x)=\sum_{\nu=1}^{n}(b_\nu\cos\nu x-a_\nu\cos\nu x).$$

Эта теорема эквивалентна следующей: если $f(x)$ есть тригонометрическая сумма [1], то для всех вещественных значений x

$$\sqrt{\{F(x)\}^2+\{G(x)\}^2}\leqslant nL,$$

где

$$F(x)=\sum_{\nu=1}^{n}\nu\,(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x),$$

$$G(x)=\sum_{\nu=1}^{n}\nu\,(b_\nu\cos\nu x-a_\nu\sin\nu x).$$

Академик С. Н. Бернштейн поставил вопрос об определении верхней границы выражения

$$\sqrt{\{F_1(x)\}^2+\{G_1(x)\}^2}, \qquad [2]$$

где

$$F_1(x)=\sum_{\nu=1}^{n}\nu^\alpha(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x),$$

$$G_1(x)=\sum_{\nu=1}^{n}\nu^\alpha(b_\nu\cos\nu x-a_\nu\sin\nu x).$$

При этом он высказал утверждение, что при $\alpha\geqslant 1$ величина выражения [2] не может превзойти величины Ln^α.

Теорема 1. *Пусть $f(x)$ есть тригонометрическая сумма* [1]. *Если сумма косинусов*

$$C_0+2\sum_{\nu=1}^{n-1}C_\nu\cos\nu t$$

неотрицательна на всей вещественной оси, то для всех вещественных значений x

$$\sqrt{\{F(x)\}^2+\{G(x)\}^2}\leqslant C_0 L,$$

где

$$F(x)=\sum_{\nu=1}^{n} C_{n-\nu}(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x),$$

$$G(x)=\sum_{\nu=1}^{n} C_{n-\nu}(b_\nu \cos \nu x - a_\nu \sin \nu x).$$

Эта теорема доказана G. Szegö (1).

Теорема 2. *Если в сумме косинусов*

$$S_n(x)=a_0+2a_1\cos x+2a_2\cos 2x+\ldots+2a_n\cos nx$$

числа $a_0, a_1, \ldots a_n$ *удовлетворяют условиям:*

$$a_\nu - 2a_{\nu+1}+a_{\nu+2}\geqslant 0 \qquad (\nu=0,1,\ldots n-2) \quad [A]$$
$$a_{n-1}-2a_n\geqslant 0,\ a_n\geqslant 0,$$

то такая сумма неотрицательна для всех вещественных значений x.

Эта теорема доказана Fejer'ом.

Теорема 3. *Пусть* $f(x)$ *есть тригонометрическая сумма* [1]. *Если функция* $\varphi(y)$ *является неотрицательной и неубывающей для всех значений* $y\geqslant 0$ *и для тех же значений* y *удовлетворяет условиям*

$$\varphi''(y)\geqslant 0,\ \varphi(2)-2\varphi(1)\geqslant 0, \qquad [B]$$

то для всех вещественных значений x

$$\sqrt{\{F(x)\}^2+\{G(x)\}^2}\leqslant \varphi(n)\,L, \qquad [3]$$

где

$$F(x)=\sum_{\nu=1}^{n}\varphi(\nu)(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x),$$

$$G(x)=\sum_{\nu=1}^{n}\varphi(\nu)(b_\nu\cos\nu x-a_\nu\sin\nu x).$$

Доказательство. При условиях [B] сумма косинусов

$$\varphi(n)+2\varphi(n-1)\cos t+\ldots+2\varphi(1)\cos(n-1)t$$

неотрицательна, поэтому в силу теоремы 1 неравенство [3] справедливо.

Полагая $\varphi(y)=y^\alpha$ находим, что при $\alpha\geqslant 1$ величина выражения [2] не превосходит величины Ln^α.

Следствие. *Пусть* $f(x)$ *есть тригонометрическая сумма* [1]. *Если функция* $\varphi(y)$ *является неотрицательной и неубывающей для всех значений* $y\geqslant 0$ *и для тех же значений* y $\varphi''(y)\geqslant 0$, *то*

$$\left|\sum_{\nu=0}^{n}\varphi(\nu)(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x)\right|\leqslant\varphi(n)\,L.$$

Доказательство. Пусть

$$\psi(y)=\varphi(y)-\varphi(0).$$

Тогда

$$|\varphi(0)f(x)|+\left|\sum_{\nu=1}^{n}\psi(\nu)(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x)\right|\leqslant(\psi(n)+\psi(0))\,L,$$

или

$$\left|\sum_{\nu=0}^{n}\varphi(\nu)(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x)\right|\leqslant\varphi(n))\,L.$$

Это следствие было мне указано С. Н. Бернштейном.

Теорема. *Пусть $f(x)$ есть тригонометрическая сумма* [1]. *Если функция $\psi(y)$ является неотрицательной и неубывающей для всех значений $y\geqslant 0$ и для тех же значений $\psi''(y)\leqslant 0$, то для всех вещественных значений x*

$$\left|F(x)\right|=\left|\sum_{\nu=0}^{n}\psi(\nu)(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x)\right|\leqslant(2\psi(n)-\psi(0))\,L.$$

Доказательство.

$$|\psi(n)f(x)-F(x)|\leqslant(\psi(n)-\psi(0))\,L,$$

или

$$|F(x)|\leqslant(2\psi(n)-\varphi(0))\,L.$$

Полагая $\psi(y)=y^\alpha$, где $0\leqslant\alpha<1$, будем иметь:

$$\left|\sum_{\nu=1}^{n}\nu^\alpha(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x)\right|\leqslant 2Ln^\alpha.$$

Теорема. *Пусть $f(x)$ есть тригонометрическая сумма* [1]. *При $\alpha\geqslant 0$ для всех вещественных значений x*

$$\left|\sum_{\nu=0}^{n}\frac{1}{(\nu+1)^\alpha}(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x)\right|\leqslant L.$$

Физико-математический институт
Академии Наук им. В. А. Стеклова.
Ленинград.

Поступило
19 II 1934.

MATHÉMATIQUES

SUR UNE PROPRIÉTÉ DES SOMMES TRIGONOMÉTRIQUES

par G. SOKOLOV

(*Presenté par S. Bernstein, de l'Académie, le 19. II. 1934*)

Soit

$$f(x)=\sum_{\nu=0}^{n}(a_\nu\cos\nu x+b_\nu\sin\nu x),\qquad[1]$$

une somme trigonométrique à coefficients réels d'ordre n, qui satisfait à la condition $|f(x)|\leqslant L$, pour toutes les valeurs réelles de x. G. Szegö [1] a démontré le théorème suivant: si $f(x)$ est la somme [1], on a pour toutes les valeurs réelles de x

$$\sqrt{\{f'(x)\}^2+\{g'(x)\}^2}\leqslant nL,$$

où

$$g(x)=\sum_{\nu=1}^{n}(b_\nu\cos\nu x-a_\nu\sin\nu x).$$

Ce théorème est équivalent au suivant: si $f(x)$ est la somme [1], on a pour toutes les valeurs réelles de x

$$\sqrt{\{F(x)\}^2 + \{G(x)\}^2} \leqslant nL,$$

où

$$F(x) = \sum_{\nu=1}^{n} \nu\,(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x)$$

$$G(x) = \sum_{\nu=1}^{n} \nu\,(b_\nu \cos \nu x - a_\nu \sin \nu x).$$

S. Bernstein a posé la question de la recherche de la borne supérieure de l'expression

$$\sqrt{\{F_1(x)\}^2 + \{G_1(x)\}^2}, \qquad [2]$$

où

$$F_1(x) = \sum_{\nu=1}^{n} \nu^\alpha\,(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x),$$

$$G_1(x) = \sum_{\nu=1}^{n} \nu^\alpha\,(b_\nu \cos \nu x - a_\nu \sin \nu x).$$

Simultanément il a affirmé que la valeur de l'expression [2] ne peut dépasser $n^\alpha L$ quand $\alpha \geqslant 1$.

J'ai démontré le théorème:

Soit $f(x)$ la somme trigonométrique [1]. Si la fonction $\varphi(y)$ est non négative et non décroissante pour toutes les valeurs de $y \geqslant 0$ et satisfait pour toutes ces valeurs aux conditions $\varphi''(y) \geqslant 0$, $\varphi(2) - 2\varphi(1) \geqslant 0$, alors pour toutes les valeurs réelles de x

$$\sqrt{F^2(x) + G^2(x)} \leqslant \varphi(n)\,L,$$

où

$$F(x) = \sum_{\nu=1}^{n} \varphi(\nu)\,(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x),$$

$$G(x) = \sum_{\nu=1}^{n} \varphi(\nu)\,(b_\nu \cos \nu x - a_\nu \sin \nu x).$$

En particulier, si $\varphi(y) = y^\alpha$ où $\alpha \geqslant 1$, nous obtenons que la valeur absolue de l'expression [2] ne peut dépasser $n^\alpha L$.

Il est facile de démontrer les théorèmes suivants:

1) Soit $f(x)$ la somme trigonométrique [1]. Si la fonction $\varphi(y)$ est non négative et non décroissante pour toutes les valeurs de $y \geqslant 0$ et satisfait pour toutes ces valeurs à la condition $\varphi''(y) \geqslant 0$, alors pour toutes les valeurs réelles de x

$$\left| \sum_{\nu=0}^{n} \varphi(\nu)\,(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x) \right| \leqslant \varphi(n)\,L.$$

2) Soit $f(x)$ la somme trigonométrique [1]. Si la fonction $\psi(y)$ est non négative et non décroissante pour toutes les valeurs de $y \geqslant 0$ et satisfait

pour toutes ces valeurs à la condition que $\psi(y) \leqslant 0$, on a pour toutes les valeurs réelles de x

$$\left| \sum_{\nu=0}^{n} \psi(\nu)(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x) \right| \leqslant (2\psi(n) - \psi(0))\, L.$$

Quand $\psi(y) = y^\alpha$ où $0 \leqslant \alpha < 1$, on a:

$$\left| \sum_{\nu=1}^{n} \nu^\alpha (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x) \right| \leqslant 2Ln^\alpha.$$

3) Si $f(x)$ est la somme trigonométrique [1], on a pour toutes les valeurs réelles de x:

$$\left| \sum_{\nu=0}^{n} \frac{1}{(\nu+1)^\alpha} (a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x) \right| \leqslant L,$$

où $\alpha \geqslant 0$.

Institut physico-mathématique V. Stekloff
de l'Academie des Sciences. Leningrad.

Manuscrit reçu
le 19. II. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] G. Szegö. Über einen Satz des Herrn Serge Bernstein. Schriften d. Königsb. Gel. Ges., 1928.

МАТЕМАТИКА

В. А. ФОК

ОБ ОДНОМ ОПРЕДЕЛЕННОМ ИНТЕГРАЛЕ, СОДЕРЖАЩЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ФУНКЦИЮ $K_\nu(x)$

(*Представлено академиком А. Н. Крыловым 25 II 1934*)

В своей заметке, появившейся под этим же заглавием в № 3 Докладов Академии Наук за 1934 г, Н. С. Кошляков, путем довольно сложных преобразований интегралов, доказывает формулу

$$\int_0^\infty K_\nu(\sqrt{ax})\, K_\nu(\sqrt{bx})\, dx = \frac{\pi}{\sin \nu\pi} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\nu}{2}} - \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\nu}{2}}}{a-b} \qquad [1]$$

$$-1 < R(\nu) < 1, \quad R(\sqrt{a}) > 0, \quad R(\sqrt{b}) > 0.$$

Мы хотели бы здесь указать на то, что эта формула не является новой, так как известен даже неопределенный интеграл, соответствующий интегралу [1]. Вывод его, который совершенно элементарен, можно найти во всех курсах Бесселевых функций.* Тем не менее, мы позволим себе привести здесь этот вывод полностью, чтобы показать его простоту.

* См. например G. N. Watson, Theory of Bessel Functions, Cambridge, 1922, стр. 134, формула (8,; также Р. О. Кузьмин, Бесселевы функции, ГТТИ, 1933, стр. 66, формула (6). В книге Кузьмина соответствующая формула написана для Бесселевых функций первого рода от вещественного аргумента.

Функции

$$y(t) = \sqrt{t}\, K_\nu(t\sqrt{a}); \quad z(t) = \sqrt{t}\, K_\nu(t\sqrt{b})$$

удовлетворяют, как известно, дифференциальным уравнениям

$$y'' + \frac{1-4\nu^2}{4t^2} y = ay; \quad z'' + \frac{1-4\nu^2}{4t^2} z = bz,$$

и которых следует:

$$\frac{d}{dt}(zy' - yz') = (a-b)\, yz.$$

Интегрируя это равенство в пределах от t до ∞ и подставляя вместо y и z их значения, получаем формулу:

$$(a-b) \int_t^\infty t K_\nu(t\sqrt{a})\, K_\nu(t\sqrt{b})\, dt =$$

$$= t K_\nu(t\sqrt{a}) \frac{d}{dt} K_\nu(t\sqrt{b}) - t K_\nu(t\sqrt{b}) \frac{d}{dt} K_\nu(t\sqrt{a}). \qquad [2]$$

Когда $-1 < R(\nu) < 1$, в этой формуле можно положить $t = 0$, и тогда, вследствие того, что

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2}\Gamma(\nu)\left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu} + \frac{1}{2}\Gamma(-\nu)\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu} + 0(z^{2\pm\nu}),$$

она приводится к формуле [1].

Физический отдел
Физико-математического института
Академии Наук им. В. А. Стеклова.
Ленинград.

Поступило
25 II 1934.

MATHEMATICS

ON A CERTAIN DEFINITE INTEGRAL CONNECTED WITH THE CYLINDRIC FUNCTION $K_\nu(x)$

By V. FOCK

(*Communicated by A. Krylov, Member of the Academy, 25. II. 1934*)

It is pointed out that the definite integral [1] discussed by N. Košlĭakov n a paper under the same title * is the value of the well-known indefinite ntegral [2] for $t = 0$.

Physico-Mathematical Institute
of the Academy of Sciences.
Leningrad.

Received
25. II. 1934.

* C. R. de l'Acad. d. Sci. de l'URSS, nouvelle série, vol. I, № 3, p. 103, 1934.

АСТРОНОМИЯ

Д. И. ЕРОПКИН и В. Н. КОНДРАТЬЕВ

АТМОСФЕРНЫЕ ПОЛОСЫ $O^{16}O^{18}$ В СПЕКТРЕ СОЛНЦА

(*Представлено академиком А. А. Белопольским 25 I 1934*)

Кислород в спектре поглощения земной атмосферы представлен так называемыми „атмосферными полосами". Эти полосы связаны с интеркомбинационным переходом $^3\Sigma \rightarrow {}^1\Sigma$ [1], чем и объясняется тот факт, что в лабораторных условиях они наблюдаются лишь при очень больших толщинах поглощающего слоя. До настоящего времени обнаружены следующие полосы, связанные с переходом $^3\Sigma \rightarrow {}^1\Sigma$:

$$A_{00}\,7621,\ B_{01}\,6884,\ \alpha_{02}\,6288,\ \alpha_{03}'\,5796,\ \alpha_{04}''\,5384,\ A_{11}\,7710\ [2-8].$$

Эти полосы принадлежат молекуле $O^{16}O^{16}$. Кроме них обнаружена и измерена полоса A_{00}' (λ 7620 Å), принадлежащая молекуле $O^{16}O^{18}$ [3, 4, 9]. Наконец, в литературе имеются указания на полосы A_{00}'' и B_{01}', из которых первая принадлежит молекуле $O^{16}O^{17}$, а вторая — молекуле $O^{16}O^{18}$ [10—15]. Все эти полосы были обнаружены в спектре земной атмосферы: однако, к настоящему моменту опубликованы лишь данные (длины волн и интенсивности ротационных линий), относящиеся к полосе A_{00}'. Из этих данных следует, что интенсивность последней полосы составляет приблизительно 0.1% от интенсивности полосы A_{00}, являющейся наиболее интенсивной полосой кислорода в спектре поглощения земной атмосферы. Таким образом, полосы, принадлежащие изотопным молекулам $O^{16}O^{18}$ и $O^{16}O^{17}$ чрезвычайно слабы: в таблицах Rowland'a они представлены очень малым количеством линий крайне малой интенсивности, далеко недостаточным для анализа каждой отдельной полосы.

В результате наших исследований спектропоглощения земной атмосферы в области полосы B (λ 6930—6880 Å, высота солнца над горизонтом 3°) нами были обнаружены слабые линии, не содержащиеся в таблицах Rowland'a (revision), значительную часть которых нам удалось отождествить с линиями изотопной полосы B_{01}' ($O^{16}O^{18}$).

Быстрое уменьшение интенсивности в ряде полос $O^{16}O^{16}$

$$A_{00}\,B_{01}\,\alpha_{02}\,\alpha_{03}'\,\alpha_{04}'',$$

а также в ряде $A'_{00}\,B'_{01}$, заставляет предполагать, что изотопная полоса α' ($O^{16}O^{18}$), соответствующая полосе α, должна иметь чрезвычайно малую интенсивность. Поэтому нельзя ожидать, чтобы имеющихся в таблице Rowland'a данных было достаточно для анализа этой полосы, тем более, что более интенсивная полоса B' была установлена в спектре поглощения земной атмосферы лишь в результате нового анализа соответствующего участка спектра. Вычисление положения полосы α_{02}' показывает, что эта полоса должна находиться в области полосы водяного пара λ 6324 Å. В этой области нами было обнаружено большое количество новых линий [18], и можно предполагать, что часть слабых линий принадлежит полосе.

В заключение укажем на возможности вычисления относительного количества изотопов O^{18} (по отношению к количеству изотопов O^{16}) на

основании сравнения интенсивностей полос B и B'. В результате аналогичного сравнения интенсивностей полос A, A' и A'' ($O^{16}O^{17}$) Mecke и Childs [16]) находят следующее распределение изотопов O^{16}, O^{18} и O^{17} в земной атмосфере:

$$O^{16} : O^{18} : O^{17} = (630 \pm 20) : 1 : 0.2.$$

Этими авторами был применен нулевой метод, впервые предложенный Mecke и Baumann'ом (loc. cit.) и заключающийся в сопоставлении линий, входящих в состав двух сравниваемых полос и имеющих одинаковые интенсивности.

Сравнение различных линий полосы B с линиями полосы B' на наших микрофотограммах этих полос показывает что коротковолновая компонента дублета $J = 30$ полосы $\lambda\,6953.904$ в пределах погрешности фотометрирования по интенсивности совпадает со следующими линиями полосы B':

длинноволновая компонента дублета $J = 7$ ($\lambda\,6911.939$)
" " " $J = 6$ ($\lambda\,6910.276$)

(все линии относятся к P-ветвям полос). Остальные линии в полосе B' по интенсивностям не совпадают с линиями полосы B. Малое количество линий пригодных для наших целей объясняется часто наблюдающимся наложением посторонних линий, искажающих интенсивность линий кислородных полос.

На основании исследования Childs и Mecke [17]), указанным трем линиям нужно приписать следующие статистические веса: $i = 30.5$ и $i = {}^1/_2.9$, ${}^1/_2.8$. Соответствующие же энергии E и E', выражающиеся формулой

$$E = B_0'' m^2 - \beta'' m^4, \quad \left(m = J + \frac{3}{2}\right)$$

(J относится к возбужденному состоянию), имеют следующие значения:

$$E = 1415 \text{ см}^{-1} \quad \text{и} \quad E' = 99 \text{ и } 78 \text{ см}^{-1}.$$

Подставляя эти данные в формулу для отношения чисел молекул $O^{16}O^{16}$ и $O^{16}O^{18}$ $N : N'$, мы получаем:

$$\frac{N}{N'} = \frac{i'}{i} e^{\frac{E \to E'}{kT}} = 310.284 \text{ или } \left(\frac{N}{N'}\right)_{\text{Ср}} = 297.$$

Отсюда для искомой относительной концентрации изотопов O^{16} и O^{18} мы находим:

$$O^{16} : O^{18} = 2\left(\frac{N}{N'}\right)_{\text{Ср}} + 1 = 595 : 1$$

— в хорошем согласии с отношением $(630 \pm 20) : 1$, полученным Childs и Mecke. Вероятно, в той же концентрации присутствует в атмосфере молекула H_2O^{18}, линии которой начиная с λ 8000 могут достигать (в отличие линий $H^2{}_2O$) вполне заметной интенсивности.

Комиссия по исследованию Солнца
Академии Наук. Ленинград.

Поступило
25 I 1934.

DIE ATMOSPHÄRISCHEN BANDEN $O^{16}O^{18}$ IM SONNENSPEKTRUM

Von D. EROPKIN und V. KONDRATJEV

(*Vorgelegt von A. Belopolskij, Mitglied der Akademie, d. 25. I. 1934*)

Der Sauerstoff ist im Absorptionsspektrum der Erdatmosphäre durch die sogenannten „atmosphärischen Banden" vertreten. Diese Banden sind mit dem Interkombinationsübergange $^3\sum \rightarrow {}^1\sum$ verknüpft (1), womit sich auch die Tatsache erklärt, dass sie in Laboratoriumsverhältnissen nur bei sehr grossen Dicken der absorbierenden Schicht sich beobachten lassen. Bis heutzutage sind nachfolgende mit dem Uebergange $^3\sum \rightarrow {}^1\sum$ verknüpfte Banden ermittelt worden:

$$A_{00}\,7621,\ B_{01}\,6884,\ \alpha_{02}\,6288,\ \alpha_{03}'\,5796,\ \alpha_{04}''\,5384,\ A_{11}\,4710\ (^{2-8}).$$

Diese Banden gehören der Molekel $O^{16}\,O^{16}$. Überdies wurde Bande A_{00}' (λ 7620 Å) ermittelt und gemessen, welche der Molekel $O^{16}O^{18}$ gehört ($^{3,\,4,\,9}$). Schliesslich gibt es in der Literatur Hinweise auf Banden A_{00}'' und B_{01}', von denen die erste der Molekel $O^{16}O^{17}$ und die zweite der Molekel $O^{16}\,O^{18}$ angehört ($^{10-12}$). Alle diese Banden wurden im Spektrum der Erdatmosphäre aufgefunden, jedoch sind bis auf den gegenwärtigen Augenblick blos die auf Bande A_{00}' bezüglichen Angaben (Wellenlängen und Intensitäten der Rotationslinien) veröffentlicht. Aus diesen Daten folgt, dass die Intensität der letzteren Bande ungefähr 0.1% der von Bande A_{00} beträgt, welche die intensivste Sauerstoffbande im Absorptionsspektrum der Erdatmosphäre ist. So sind denn die den isotopen Molekeln $O^{16}O^{18}$ und $O^{16}O^{17}$ zugehörenden Banden äusserst schwach: in den Rowlandschen Tabellen sind sie durch eine sehr geringe Anzahl von Linien von äusserst schwacher Intensität vertreten, welche für eine Analyse jeder einzelnen Bande durchaus unzureichend sind.

Als Ergebnis unserer Untersuchungen am Absorptionsspektrum der Erdatmosphäre im Gebiete von Bande B (λ 6930—6880 Å, Sonnenstand über dem Horizont 3°) wurden von uns in Rowlands Tabellen (*Revision*) nicht enthaltene schwache Linien ermittelt, für welche in einem erheblichen Teil uns die Identifikation mit Linien der isotopen Bande B_{01}' ($O^{16}\,O^{18}$) gelang.

Die rasche Intensitätsabnahme in der Bandenreihe von $O^{16}\,O^{16}$: A_{00}, B_{01}, α_{02}, α_{03}', α_{04}'', sowie auch in der Reihe A_{00}', B_{01}' verleitet zur Annahme, dass die isotope Bande α' ($O^{16}\,O^{18}$), welche der Bande α entspricht, eine äusserst geringe Intensität besitzen muss. Deswegen ist kaum zu erwarten, dass die in der Rowlandschen Tabelle vorhandenen Angaben für eine Analyse dieser Bande ausreichen könnten, umsoweniger als die intensivere Bande B' im Absorptionsspektrum der Erdatmosphäre erst im Ergebnis einer besonderen neuen Analyse des entsprechenden Spektralgebiets festgestellt wurde. Eine Berechnung der Lage von Bande α_{02}' zeigt, dass diese Bande im Gebiete der Wasserdampfbande λ 6324 Å sich befinden muss. In diesem Gebiete wurde von uns eine grosse Anzahl von neuen Linien aufgefunden (^{18}) und es ist zu vermuten, dass ein Teil von den schwachen Linien der gesuchten Bande angehört.

Zum Schluss wollen wir auf die Möglichkeit einer rechnerischen Bestimmung der relativen Menge der Isotopen O^{18} (im Verhältnis zur Menge der Isotopen von O^{16}) auf Grund von Intensitätsvergleichung der Banden B und B' hinweisen. Im Ergebnis einer analogen Vergleichung der Intensitäten von Banden A, A' und A'' ($O^{16}\,O^{17}$) finden Mecke und Childs ([16]) die nachfolgende Verteilung der Isotopen O^{16}, O^{18} und O^{17} in der Erdatmosphäre:

$$O^{16} : O^{18} : O^{17} = (630 \pm 20) : 1 : 0.2.$$

Die Verfasser wandten die zuerst von Mecke und Baumann (op. cit.) vorgeschlagene Nullmethode an, welche in der Nebeneinanderstellung von Linien von gleicher Intensität besteht, die den beiden zu vergleichenden Banden angehören.

Eine Vergleichung verschiedener Linien der Bande B mit Linien der Bande B' auf unseren Mikrophotogrammen dieser Banden zeigt, dass die kurzwellige Komponente des Dubletts $J = 30$ von Bande λ 6953. 9 4 innerhalb der Fehlergrenzen des Photometrierens mit folgenden Linien von Bande B' der Intensität nach zusammenfällt:

langwellige Komponente von Dublett $J = 7$ (λ 6911.939)
" " " " $J = 6$ (λ 6910.276)

(alle Linien beziehen sich auf die P-Zweige der Banden). Die übrigen Linien in Bande B' koinzidieren nicht ihrer Intensität nach mit den Linien von Bande B. Die geringe Zahl der für unseren Zweck verwertbaren Linien erklärt sich wohl durch ein häufig zu beobachtendes Überlagern von fremden Linien, welche die Intensität der eigentlichen Linien der Sauerstoffbanden verfälschen.

Auf Grund der Untersuchung von Childs und Mecke ([17]) sind den angegebenen drei Linien die nachfolgenden statistischen Gewichte zuzuschreiben: $i = 30.5$ und $i = {}^1/_2.9$, ${}^1/_2.8$. Die entsprechenden Energien E und E', welche sich durch die Formel

$$E = B_0'' m^2 - \beta'' m^4, \left(m = J + \frac{2}{3}\right)$$

ausdrücken (J bezieht sich auf den erregten Zustand), haben folgende Werte: $E = 1415$ cm $^{-1}$, $E' = 99$ und $78\,\mathrm{cm}^{-1}$. Wenn wir diese Zahlengrössen in die Formel für das Verhältnis der Molekelzahlen $O^{16}O^{16}$ und $O^{16}O^{18}$, $N : N'$, einsetzen, so erhalten wir:

$$\frac{N}{N'} = \frac{i'}{i} e^{\frac{E-E'}{kT}} = 310.284 \text{ oder } \left(\frac{N}{N'}\right)_m = 297.$$

Hieraus finden wir für die gesuchte relative Konzentration der Isotopen O^{16} und O^{18}

$$O^{16} : O^{18} = 2 \left(\frac{N}{N'}\right)_m + 1 = 595 : 1$$

in guter Übereinstimmung mit dem von Childs und Mecke erhaltenen Verhältnis $(630 \pm 20) : 1$. Wahrscheinlich in der nämlichen Konzentration ist in

der Atmosphäre auch die Molekel von H_2O^{18} vorhanden, deren Linien von λ 8000 an (zum Unterschiede von den Linien von $H^2{}_2O$) eine ganz merkliche Intensität erreichen können.

Kommission für Sonnenforschung
der Akademie der Wissenschaften.

Eingegangen
d. 25. I. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] R. Mulliken. Phys. Rev., **32,** 880 (1928). [2] H. Babcock. Astrophys. Journ., **65,** 140 (1927). [3] G. Diecke & H. Babcock. Proc. Nat. Acad. Sc., **13,** 670 (1927). [4] W. Ossenbrüggen. Z. Phys., **49,** 167 (1928). [5] R. Badger u. R. Mecke. Z. Phys., **60,** 59 (1930). [6] H. Babcock. Phys. Rev., **35,** 125 (1930). [7] H. Babcock & W. Hoge. Phys. Rev., **39,** 550 (1932). [8] R. Mecke u. W. Baumann. Z. Phys., **73,** 139 (1932). [9] H. Babcock. Proc. Nat. Acad. Sc., **15,** 471 (1929). [10] H. Babcock. Phys. Rev., **34,** 540 (1929). [11] H. Babcock & W. Hoge. Phys. Rev., **37,** 227 (1931). [12] W. Gianque & H. Johnston. Nature, **123,** 831 (1929). [13] Ср. аналогичные вычисления смещения полос A_{00}' и A_{00}'' относительно полосы A_{00}: W. Gianque & H. Johnston. Nature, **123,** 318 (1929); Journ. Amer. Chem. Soc., **51,** 1436 (1929). [14] W. Weizel. Handb. d. Experimentalphysik. Leipzig (1931). [15] R. Mecke u. K. Wurm. Z. Phys., **61,** 37 (1930). [16] R. Mecke u. W. Childs. Z. Phys., **68.** 362 (1931). [17] W. Childs u. R. Mecke. Z. Phys., **68,** 344 (1931). [18] Д. И. Еропкин и В. Н. Кондратьев. Бюллетень комиссии по исследованию Солнца, №№ 7 и 8 (1934). D. Eropkin u. V. Kondratjev. Bull. d. Komm. f. Sonnenforschung, №№ 7 u. 8 (1934).

ФИЗИКА

С. ШУБИН и С. ВОНСОВСКИЙ

К ТЕОРИИ ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 3 II 1934*)

Блох (1) указал на возможность квазиклассической трактовки проблемы обменного взаимодействия в кристаллической решотке и дал уравнения, представляющие собою перевод секулярных уравнений Слетера на квазиклассический язык. Решение этих уравнений им, однако, не было дано.

В настоящей заметке излагается квазиклассическое решение Austausch проблемы для кристаллической решотки и дается краткая дискуссия полученных результатов.

1. Гамильтонова функция обменного взаимодействия по Дираку, имеет вид (2)

$$H=\frac{1}{4}\sum_{q\neq q'} I_{qq'}\left(1-\vec{\sigma}_q\,\vec{\sigma}_{q'}\right), \qquad [1]$$

где $\vec{\sigma}_q$ — вектор механического момента spin'a атома q (выраженный в единицах $\frac{h}{2}$), а $I_{qq'}$ — Austausch-интеграл, отнесенный к атомам q и q'.

Ограничимся рассмотрением линейной цепочки атомов и положим, что всеми интегралами $I_{qq'}$, кроме тех, которые относятся к соседним атомам, можно пренебречь (оба эти ограничения вводятся исключи-

тельно для краткости записи и принципиально не играют никакой роли). Тогда уравнения движения задачи напишутся так:

$$\begin{aligned}
\hbar\sigma_q^x &= -I\left[\sigma_q^z\left(\sigma_{q+1}^y + \sigma_{q-1}^y\right) - \sigma_q^y\left(\sigma_{q+1}^z + \sigma_{q-1}^z\right)\right];\\
\hbar\sigma_q^y &= -I\left[\sigma_q^x\left(\sigma_{q+1}^z + \sigma_{q-1}^z\right) - \sigma_q^z\left(\sigma_{q+1}^x + \sigma_{q-1}^x\right)\right];\\
\hbar\sigma_q^z &= -I\left[\sigma_q^y\left(\sigma_{q+1}^x + \sigma_{q-1}^x\right) - \sigma_q^x\left(\sigma_{q+1}^y - \sigma_{q-1}^y\right)\right],
\end{aligned} \qquad [2]$$

где положено:

$$I_{q,q+1} = I_{q,q-1} = I.$$

Напомним, далее, что при Гамильтониане [1] величина

$$\sum_q \sigma_q^x = 2_m \qquad [3]$$

всегда является интегралом движения.

Квазиклассическое приближение заключается в том, что величины σ_q^x, σ_q^y, σ_q^z в уравнениях [1], [2] и [3] рассматриваются как C-числа. В этом случае мы, очевидно, можем написать:

$$\sigma_q^x = \cos\vartheta_q; \quad \sigma_q^y = \sin\vartheta_q\cos\theta_q; \quad \sigma_q^z = \sin\vartheta_q\sin\theta_q, \qquad [4]$$

и решение задачи сводится к определению возможного вида функций ϑ_q и θ_q.

Нетрудно проверить, что уравнения [2] и [3] будут удовлетворены при

$$\cos\vartheta_q = \frac{m}{n}; \quad \theta_q = \omega q - \lambda t \qquad [5]$$

($2n$ — полное число всех атомов; $\omega n\lambda$ — константы), а также при

$$\begin{aligned}
\vartheta_q &= 0 \text{ для } n+m \text{ атомов } q\\
&= \pi \text{ для } n-m \text{ атомов } q.
\end{aligned} \qquad [6]$$

Совершенно очевидно, что наряду с функциями [5] и [6] решениями будут являться также и любые другие $\vec{\sigma}_q$, получаемые из них посредством вращения.

2. Вопрос об однозначности полученных решений может быть сравнительно легко разобран если сделать дальнейшее упрощение, а именно заменить решетку континуумом и тем самым от уравнений в конечных разностях перейти к рассмотрению дифференциальных уравнений. Тогда оказывается наиболее удобным работать с упомянутыми в начале уравнениями Блоха, в которых роль неизвестных играют „волновые функции спинов“ $\varphi(x, t)$ и $\psi(x, t)$. Решения [6], разумеется, теряют здесь смысл; решения же [5], как легко видеть, соответствуют такому выбору функций φ и ψ:

$$\varphi = \sqrt{\frac{n+m}{2n}}\, e^{i\left(\frac{\omega_1 x}{a} + f(x) - \lambda_1 t\right)}; \quad \psi = \sqrt{\frac{n-m}{2n}}\, e^{i\left(\frac{\omega_2 x}{a} + f(x) - \lambda_2 t\right)}, \qquad [7]$$

где a — константа решотки, $f(x)$ — произвольная функция, $a\omega_1\omega_2$, λ_1, λ_2 — константы, связанные с ранее введенными ω и λ соотношениями:

$$\omega = \omega_1 - \omega_2,\ \lambda = \lambda_1 - \lambda_2.$$

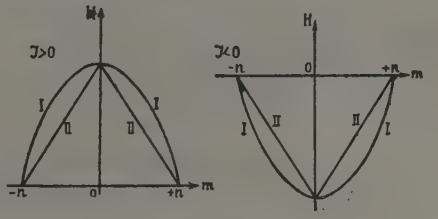
„Степень однозначности" этих решений устанавливается следующей теоремой:

При $m \neq 0$, функции [7] *являются для уравнений Блоха единственными решениями типа*

$$\varphi(x, t) = u(x)\, e^{-\omega_1 t};\quad \psi(x, t) = v(x)\, e^{-\omega_2 t},$$

могущими удовлетворять условиям периодичности на концах кристалла.

3. Подставляя функции [5] и [6] в выражение [1], мы получаем следующие формулы для энергетического спектра Слетеровой проблемы:



$$H = \frac{n^2 - m^2}{n} I(1 - \cos\omega) \quad [8]$$

и

$$H = 2(n + m - \alpha) I, \quad [9]$$

где α — число соседних атомов с $\vartheta_q = 0$ (т. е. с правыми spin'ами). (Решения, получаемые из [5] и [6], посредством вращения дают, разумеется, те же самые выражения для H.)

Значение формул [8] и [9] может быть лучше всего уяснено на приведенном графике, где по оси абсцисс отложена величина m, а по оси ординат — ширина соответствующей энергетической полосы (причем кривая I соответствует формуле [8], а кривая II — формуле [9]). Как видно из чертежа, выражение [8] дает наиболее полную картину энергетического спектра проблемы Слетера в квазиклассическом приближении; выражение [9] передает тот же самый спектр более грубо.

Кривые аналогичные I были без доказательства приведены в лейпцигском докладе Блоха (3) в 1930 г.

4. Формула [8] передает более или менее верно границы энергетического спектра нашей задачи, в чем можно убедиться, например, путем сравнения ее с теми точными формулами, которые могут быть для некоторых случаев получены. Однако, число тех термов, которые даются выражением [8], не имеет ничего общего с действительным числом Eigenwert'ов уравнений Слетера. В самом деле, для данного m это последнее число равно $\binom{2n}{n+m}$, тогда как число уровней [8] определяется просто числом возможных частот ω, удовлетворяющих условию периодичности и равно $2n$. Отсюда ясно, что непосредственно применить формулу [8] для вычисления например фазовой суммы нельзя. Использование ее для этой цели делается, однако, возможным на основе следующего замечания. Среднее арифметическое всех уровней [8] при данном m в точности равно строго вычисленному энергетическому центру тяжести задачи

$$\overline{H} = \frac{n^2 - m^2}{n} I.$$

Поэтому, можно ожидать получить от теории разумный результат, если каждому из уровней [8] приписать статистический вес

$$\frac{1}{2n}\binom{2n}{n+m}.$$

Таким путем можно было бы построить, например, теорию кривой намагничения ферромагнетиков, справедливую в рамках данного приближения. Соответствующие вычисления в настоящее время производятся; в основу их должно быть, конечно, положено обобщение формулы [8] на случай пространственной решотки. Это обобщение может быть получено без труда; так например, для простой кубической решотки мы вместо [8] получаем:

$$H=\frac{n^2-m^2}{n}I\sum_{i=1}^{3}(1-\cos\omega_i). \qquad [10]$$

Теоретическая группа Уральского физико-технического института. Свердловск.

Поступило 3 II 1934.

PHYSIK

ZUR THEORIE DER AUSTAUSCHWECHSELWIRKUNG

Von S. ŠUBIN und S. VONSOVSKIJ

(*Vorgelegt von S. Wawilow, Mitglied der Akademie, d. 3. II. 1934*)

Auf die Möglichkeit quasiklassischer Behandlung der Austauschwechselwirkung im Kristallgitter hat Bloch (1) hingewiesen. Er hat aber die Lösung seiner Bewegungsgleichungen — die eine Übersetzung der Slaterschen Säkulargleichungen in die quasiklassische Sprache darstellen, — nicht angegeben.

Im vorliegenden Aufsatze wird die quasiklassische Lösung des Austauschproblems für das Kristallgitter kurz dargelegt und erörtert.

1. Die Hamiltonfunktion des Austausches lautet nach Dirac (2)

$$H=\frac{1}{4}\sum_{q\neq q'}I_{qq'}\left(1-\overleftarrow{\sigma}_q\overrightarrow{\sigma}_{q'}\right), \qquad [1]$$

wo $\frac{h}{2}\overrightarrow{\sigma}_q$ der Vektor des Spindrehimpulses des Atoms q ist und wo $I_{qq'}$, wie üblich, das Austauschintegral zwischen den Atomen q und q' bedeutet.

Begnügen wir uns mit der Betrachtung einer linearen Atomkette und vernachlässigen wir alle Integrale $I_{qq'}$ ausser den auf die Nachbaratome bezüglichen (diese beiden Vereinfachungen sind nur der Kürze halber eingeführt und haben keine prinzipielle Bedeutung), so lauten die Bewegungsgleichungen des Problems:

$$\begin{aligned}
h\dot{\sigma}_q^x &= -I\left[\sigma_q^z\left(\sigma_{q+1}^y+\sigma_{q-1}^y\right)-\sigma_q^y\left(\sigma_{q+1}^z+\sigma_{q-1}^z\right)\right],\\
h\dot{\sigma}_q^y &= -I\left[\sigma_q^x\left(\sigma_{q+1}^z+\sigma_{q-1}^z\right)-\sigma_q^z\left(\sigma_{q+1}^x+\sigma_{q-1}^x\right)\right],\\
h\dot{\sigma}_q^z &= -I\left[\sigma_q^y\left(\sigma_{q+1}^x+\sigma_{q-1}^x\right)-\sigma_q^x\left(\sigma_{q+1}^y+\sigma_{q-1}^y\right)\right],
\end{aligned} \qquad [2]$$

wo

$$I_{q,q+1}=I_{q,q-1}=I$$

gesetzt ist.

Für das Nachfolgende ist es wesentlich, dass die Grösse

$$\sum_q \sigma_q^x = 2m \qquad [3]$$

mit dem Hamiltonian [1] kommutiert, d. h. ein Integral der Bewegung darstellt.

Die quasiklassische Näherung besteht darin, das die Grössen σ_q^x, σ_q^y, σ_q^z in Gleichungen [1], [2] und [3] als C-Zahlen betrachtet werden. In diesem Falle können wir offenbar setzen:

$$\sigma_q^x = \cos\vartheta_q,\ \sigma_q^y = \sin\vartheta_q \cos\theta_q, \sigma_q^z = \sin\vartheta_q \sin\theta_q, \qquad [4]$$

und das Problem besteht nun im Aufsuchen der Funktionen ϑ_q und θ_q.

Gleichungen [2] und [3], wie leicht nachzuprüfen, können durch die folgenden Ansätze befriedigt werden:

$$\cos\vartheta_q = \frac{m}{n}, \quad \theta_q = \omega q - \lambda t. \qquad [5]$$

(2_n ist die volle Zahl der Gitteratome, ω und λ sind Konstanten); oder

$$\vartheta_q \begin{cases} = 0 \text{ für } n+m \text{ Atome } q \\ = \pi \text{ für } n-m \text{ Atome } q \end{cases} \qquad [6]$$

Natürlich werden alle $\vec{\sigma_q}$, die aus [5] und [6] durch Drehung hervorgehen, auch Lösungen von [2] sein.

2. Die Frage nach der Eindeutigkeit der erhaltenen Lösungen kann leicht geklärt werden, wenn man eine weitere Vereinfachung macht — nämlich das Gitter durch ein Kontinuum ersetzt, so dass die Differenzengleichungen in Differentialgleichungen übergehen. Es erweist sich dabei als besonders förderlich mit den erwähnten Blochschen Gleichungen, in denen die Rolle der Unbekannten den „Wellenfunktionen der Spins" $\varphi(x, t)$ und $\psi(x, t)$ eingeräumt ist, zu operieren. Die Lösungen [6] verlieren hier, natürlich, jeden Sinn; den Lösungen [5] entspricht aber, wie man leicht einsieht, folgende Wahl der Funktionen φ und ψ

$$\varphi = \sqrt{\frac{n+m}{2n}}\, e^{i\left(\frac{\omega_1 x}{a} + f(x) - \lambda_1 t\right)}; \quad \psi = \sqrt{\frac{n-m}{2n}}\, e^{i\left(\frac{\omega_2 x}{a} + f(x) - \lambda_2 t\right)}, \qquad [7]$$

wo a die Gitterkonstante bedeutet, $f(x)$ eine willkürliche Funktion ist und $\omega_1, \omega_2, \lambda_1, \lambda_2$ Konstanten sind, die mit den vorher eingeführten ω und λ folgendermassen zusammenhängen: $\omega = \omega_1 - \omega_2$, $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$.

Was nun die Eindeutigkeit dieser Lösungen betrifft, so kann das folgende Theorem bewiesen werden:

Bei $m \neq 0$ stellen die Funktionen [7] *die einzigen Lösungen der Blochschen Gleichungen vom Typus*

$$\varphi(x, t) = u(x)\, e^{-\omega_1 t},\ \psi(x, t) = v(x)\, e^{-\omega_2 t}$$

dar, die den Periodizitätsbedingungen am Rande des Kristalls genügen können.

3. Setzen wir nun die Ausdrücke [5] und [6] in Formel [1] ein, so erhalten wir folgende Formeln für das energetische Spektrum des Slaterschen Problems:

$$H = \frac{n^2 - m^2}{n}(1 - \cos\omega) \qquad [8]$$

und

$$H = 2(n + m - \alpha) I, \qquad [9]$$

wo α die Zahl der Nachbaratome mit $\vartheta_q = 0$ (d. h. mit dem nach rechts orientierten Spin) ist. (Die Lösungen die aus [5] und [6] durch Drehung hervorgehen geben, natürlich, dieselben Werte von H.)

Die Bedeutung der Formen [8] und [9] kann man am besten aus der Figur (S. 451) ersehen, wo auf die Abszissenachse die Grösse m aufgetragen wird und die Ordinaten die Breiten der entsprechenden energetischen Streifen bedeuten (dabei entspricht Kurve I der Formel [8] und Kurve II der Formel [9]). Wie man sieht, gibt Formel [8] das volle Bild des energetischen Spektrums des Slaterschen Problems in der quasiklassischen Näherung; Formel [9] gibt dasselbe Spektrum in einer gröberen Weise wieder.

Die zu I analogen Kurven waren bei Bloch[3] in seinem Leipziger Vortrag von 1930 ohne Beweis gegeben.

4. Die Grenzen des energetischen Spektrums unserer Aufgabe sind durch Formel [8] wenigstens im grossen und ganzen richtig wiedergegeben (das zeigt z. B. der Vergleich mit den exakten Formeln, die für einige Spezialfälle abgeleitet werden können). Wir müssen aber ausdrücklich betonen, dass die Zahl der Terme [8] nichts mit der wirklichen Zahl der Eigenwerte der Slaterschen Gleichungen zu tun hat.

In der Tat, diese letzte Zahl ist für einen gegebenen Wert von m gleich $\binom{2n}{n+m}$, während die Zahl der Termen [8] einfach gleich $2n$ (die Zahl der möglichen Werte von ω!) ist. Es ist somit klar, dass z. B. für die Berechnung der Zustandssumme die Formel [8] nicht ohne weiteres benutzt werden kann. Diese Berechung kann aber auf Grund der folgenden Bemerkung möglich gemacht werden: das arithmetische Mittel von allen Termen [8], die einem gegebenen Wert von m entsprechen ist dem exakt berechneten energetischen Schwerpunkt der Aufgabe

$$\overline{H} = \frac{n^2 - m^2}{n} I$$

genau gleich. Deswegen kann man sinnvolle Resultate von der Theorie erwarten wenn man jedem der Terme [8] das statistische Gewicht

$$\frac{1}{2_n}\binom{2n}{n+m}$$

zuschreibt. Auf einem solchen Wege könnte man z. B. eine im Rahmen der benutzten Näherung gültige Theorie der Magnetisierungskurve der Ferromagneten entwickeln. Diesbezügliche Berechnungen sind im Gange; Die Grundlage dafür bildet natürlich nicht Formel [8] selbst, sondern deren Verallgemeinerung auf den Fall des Raumgitters. Diese Verallgemeinerung kann ohne Mühe durchgeführt werden, so erhält man z. B. für das einfache kubische Gitter:

$$H = \frac{n^2 - m^2}{n} I \sum_{i=1}^{3} (1 - \cos \omega_i). \qquad [10]$$

Theoretische Gruppe des physikalisch-technischen Instituts. Sverdlovsk.

Eingegangen d. 3. II, 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Z. f. Phys., 74, 295, 1932. [2] l. c., § 2. [3] F. Bloch. Über die Wechselwirkung der Metallelektronen. Leipziger Vorträge, herausgegeben durch P. Debye, Leipzig und Berlin, 1930

ФИЗИКА

И. ТАММ и С. АЛЬТШУЛЕР

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НЕЙТРОНА

(*Представлено академиком Л. И. Мандельштамом 22 II 1934*)

Ландэ (1) недавно определил магнитный спиновый момент μ_p протона из сверхтонкой структуры спектральных линий и нашел, что μ_p равен 2 ядерным магнетонам. Этот результат примерно совпадает с измерениями Штерна $\left(\mu_p = 2\frac{1}{2}\right)$. Ландэ воспользовался обобщенным выражением для фактора пропорциональности g между магнитным и механическим моментом:

$$g = \alpha \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2J(J+1)} + \beta \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}, \quad [1]$$

где L, S и J суть обычные квантовые числа, α равно отношению магнитного орбитального момента к орбитальному моменту вращения, а β равно соответствующему отношению спиновых моментов. Ландэ исходит из допущения, что момент вращения и магнитный момент ядер, состоящих из нечетного числа Z протонов и четного числа $N = A - Z$ нейтронов, обусловливается движением и спином одного единственного протона, так что к ядрам этого класса применима формула [1] при $S = \frac{1}{2}$ и $J = L \pm \frac{1}{2}$. Ландэ показал, что если учесть, что α должно равняться 1, и если положить $\beta = 4$, то можно теоретически истолковать почти все значения величин J и g, приведенные в сводке Гаудсмита для ядер рассматриваемого класса (Z нечетное, N четное).

Мы попытаемся аналогичным образом определить спиновый магнитный момент нейтрона μ_n.* Опыт показывает, что все ядра с четным числом протонов и нейтронов (Z и N четные) не обладают ни моментом вращения, ни магнитным моментом. Таким образом, весьма вероятно, что если, например, Z четно, а N нечетно, то нечетное число нейтронов движется в поле остова ядра, обладающем шаровой симметрией. Но в поле шаровой симметрии справедливость формулы [1] может быть доказана (в предположении, что связь моментов относится к Рессель-Саундерсовскому типу) методами теории групп, вне зависимости от специального вида волнового уравнения нейтрона. При этом, очевидно, α должно равняться 0, ибо нейтрон магнитным орбитальным моментом не обладает. Значения фактора g, вычисленные по формуле [1] при $\alpha = 0$, приведены в табл. 1. Как оказывается, фактор g имеет для различных конфигураций нейтронов различные знаки, тогда как в случае электронов и протонов этот фактор имеет один определенный знак. Этим объясняется тот факт, что для ядер с нечетным числом нейтронов фактор g по данным опыта бывает как положительным, так и отрицательным, тогда как при N четном g всегда положительно.

* Венкатасачар и Суббарая (2) пытались применить обычную формулу Ландэ к определению магнитного момента нейтрона. Однако их рассуждения основаны на ряде недоразумений.

Таблица 1 — Tabelle 1

$S=\frac{1}{2}$

L	J		
	$^1/_2$	$^3/_2$	$^5/_2$
0	$+\beta$	—	—
1	$-\beta/_3$	$+\beta/_3$	—
2	—	$-\beta/_5$	$+\beta/_5$
3	—	—	$-\beta/_7$

$S=1$

L	J			
	0	1	2	3
0	—	β	—	—
1	$^0/_0$	$\beta/_2$	$\beta/_2$	—
2	—	$-\beta/_2$	$\beta/_0$	$\beta/_3$
3	—	—	$-\beta/_3$	$\beta/_{12}$

$S=^3/_2$

L	J		
	$^1/_2$	$^3/_2$	$^5/_2$
0	—	β	—
1	$^5/_3\beta$	$^{11}/_{15}\beta$	$^3/_5\beta$
2	$-\beta$	$\beta/_3$	$^{18}/_{35}\beta$
3	—	$-^8/_5\beta$	$\beta/_{35}$

Чтобы определить численное значение величины β, мы попытались истолковать на основе табл. 1 экспериментальные значения фактора g для ядер с четным Z и нечетным N. При этом оказалось недостаточным допустить по аналогии с Ландэ, что магнитный и вращательный моменты обусловливаются движением и спином одного единственного нейтрона. Оказывается необходимым допустить, что в некоторых ядрах не компенсирован спин по крайней мере трех нейтронов ($S=\frac{3}{2}$). Впрочем, вовсе не очевидно, что дублетные термы $\left(S=\frac{1}{2}\right)$ нейтронов в ядре будут всегда лежать ниже термов квартетных ($S=\frac{3}{2}$). С другой стороны, в ядрах по всей вероятности образуется максимальное возможное число α-частиц, так что при Z четном ни один протон не будет активным в магнитном отношении (и один протон при Z нечетном).

Если, таким образом, предположить, что при N нечетном общий спин нейтрона S может равняться либо $\frac{1}{2}$, либо $\frac{3}{2}$, то все измеренные для таких ядер значения g могут быть весьма просто истолкованы на основе табл. 1, если положить $\beta=-1$, т. е. $\mu_n=\beta S=-\frac{1}{2}$ (см. табл. 2).* Экспериментальные значения J и g взяты из новейшей сводки Шюлера и Вестмейера [3]; в случае Sr неясно, равно ли $J-\frac{3}{2}$ или же $J=\frac{5}{2}$. Так как значение J известно для каждого ядра, а S по предположению может равняться $\frac{1}{2}$ либо $\frac{3}{2}$, то a priori для каждого ядра возможен выбор между 4 $\left(\text{при } J=\frac{1}{2}\right)$ или 6 $\left(\text{при } J\geqslant\frac{3}{2}\right)$ значениями L (в отличие от двух возможностей у Ландэ). Однако, то обстоятельство, что значения g частью положительны, частью отрицательны, существенно сужает произвол, так-что как выбор числа L, так и выбор значения β, оказывается практически однозначным. Заметим, что, за исключением недостоверного случая Sr, все остальные четыре квартетные конфигурации соответствуют противоположному направлению спина и орбитального момента.

* Отрицательный знак означает, что магнитный момент нейтрона направлен противоположно спиновому моменту вращения.

Таблица 2 — Tabelle 2

	J (набл.) J (beob.)	g (набл.) g (beob.)	g (вычисл.) g (theor.)	Выбор числа Zuordnung
Cd 111, 113	$1/2$	—1.06	—1.00	$L=0, S=1/2$
Sn 117, 119	$1/2$	—1.81	—1.67	$L=1, S=3/2$
Ba 135, 137	$3/2$	0.60	0.60	$L=3, S=3/2$
Hg 199	$1/2$	0.92	1.00	$L=2, S=3/2$
Hg 201	$3/2$	—0.84	—0.33	$L=1, S=1/2$
Pb 207	$1/2$	1.05	1.00	$L=2, S=3/2$
Sr 87	$3/2$?	—0.65	—0.73	$L=1, S=3/2$

Обратимся теперь к рассмотренным Ландэ ядрам с четным N и нечетным Z, а именно к изотопам Ga и Sb. Ландэ не удалось объяснить значения g для Ga_{69} и Ga_{71} на основе сделанного им допущения, что в ядрах этого класса спин нейтронов взаимно компенсирован; для Sb вычисленное им значение $g=1.6$ плохо согласуется с измеренным $g=1.1$. Мы допустим, что в Ga_{69} и Sb_{121} в отличие от Ga_{71} и Sb_{123} спин двух нейтронов не компенсирован, причем состояние протона одинаково в обоих изотопах Ga, так же как и в изотопах Sb. При современном состоянии теории в отношении связи моментов можно только утверждать, что благодаря обменным силам наиболее сильной будет связь между спинами нейтронов, а также между их орбитальными моментами. Допустим, далее, что мы имеем дело со связью типа $\{j_p, j_n\}$. Тогда мы приходим к следующему истолкованию ядерных моментов Ga и Sb $\left(\text{при } \mu_p=4\times\frac{1}{2} \text{ и } \mu_n=-1\times\frac{1}{2}, \right.$ см. табл. 3$\left.\right)$.

В заключение рассмотрим еще $N_{14}=3\alpha+p+n$, для которого по данным опыта $J=1$ и $|g|\leqslant 0.2$ (4). Предполагая, что связь моментов относится к тому же типу $\{j_p, j_n\}$, получаем, например, следующие возможные конфигурации: a) $l_p=l_n=1$, $j_p=j_n=\frac{1}{2}$, $g=\frac{1}{6}$; b) $l_p=2$, $l_n=1$, $j_p=j_n=3/2$, $g=\frac{1}{30}$. Таким образом, сделанное Бачером допущение, что $\mu_n=-\mu_p$ вовсе не необходимо для того, чтобы объяснить отсутствие сверхтонкой структуры в спектре N_{14}.

Таблица 3 — Tabelle 3

	J (набл.) J (beob.)	g (набл.) g (beob.)	g (вычисл.) g (theor.)	Протон Proton	Нейтроны Neutronen
Ga 69	$3/2$	1.48	1.33	$l_p=1$	$S_n=1, L_n=1, j_n=1$ Насыщенные Abgesättigt
Ga 71	$3/2$	1.84	2.00	$j_p=3/2$	
Sb 121	$5/2$	1.08	1.02	$l_p=3$	$S_n=1, L_n=1, j_n=1$ Насыщенные Abgesättigt
Sb 123	$7/2$	0.60	0.57	$j_p=7/2$	

Разумеется, приведенные конфигурации протонов и нейтронов, в особенности для трех последних элементов, ни в коей мере не могут считаться несомненными. Мы привели их только для того, чтобы показать, что наши основные предположения могут быть согласованы с опытом. Более достоверным представляется нам тот результат, что магнитный момент нейтрона равен $-\frac{1}{2}$ ядерного магнетона.

Раздел теоретической физики
Научно-исследовательского института физики
Московского государственного университета.

Поступило
22 II 1934.

PHYSIK

DAS MAGNETISCHE MOMENT DES NEUTRONS

Von I. TAMM und S. ALTSCHULER

(*Vorgelegt von L. Mandelstam, Mitglied der Akademie, d. 22. II. 1934*)

Landé [1] hat neuerdings aus der Hyperfeinstruktur der Atomspektra das magnetische Spinmoment μ_p des Protons bestimmt. Er findet, dass μ_p in Kernmagnetonen gemessen gleich 2 ist, was näherungsweise mit den Messungen von Stern ($\mu_p = 2^1/_2$) übereinstimmt. Landé benutzt den verallgemeinerten Ausdruck für den Proportionalitätsfaktor g zwischen dem magnetischen und dem mechanischen Momente:

$$g = \alpha \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2J(J+1)} + \beta \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}, \quad [1]$$

wo L, S und J die üblichen Impulsquantenzahlen sind; α bzw. β ist das Verhältnis des magnetischen und des mechanischen Bahn- bzw. Spinmomentes. Landé nimmt an, dass das mechanische und das magnetische Moment derjenigen Kerne, die eine ungerade Anzahl Z von Protonen und eine gerade Anzahl $N = A - Z$ von Neutronen enthalten, durch die Bewegung und den Spin eines einzigen Protons bestimmt wird, so dass für diese Kerne die Formel [1] mit $S = 1/_2$ und $J = L \pm 1/_2$ gültig ist. Indem er weiter berücksichtigt, dass $\alpha = 1$ sein soll, gelingt es Landé zu zeigen, dass wenn man β gleich 4 wählt, fast alle in Goudsmit's Zusammenstellung für den betrachteten Kerntypus (Z ungerade, N gerade) angegebenen J- und g-Werte theoretisch gedeutet werden können.

Es ist naheliegend zu versuchen, in ähnlicher Weise das magnetische Spinmoment μ_n des Neutrons zu bestimmen.* Alle Kerne mit gerader Anzahl von Protonen und von Neutronen (Z und N gerade) besitzen erfahrungsgemäss weder ein mechanisches noch ein magnetisches Moment. Es ist somit äusserst plausibel, dass wenn z. B. Z gerade und N ungerade ist, eine ungerade Anzahl von Neutronen sich in einem kugelsymmetrischen Felde des Kernrestes bewegen. Ist aber das Feld kugelsymmetrisch, so kann die Formel [1] unter Annahme der Russell-Saunders'schen Koppelung rein gruppentheoretisch abgeleitet werden, unabhängig von der

* Venkatasachar und Subbaraya [2] haben die gewöhnliche Landésche g-Formel herangezogen, um über das magnetische Moment des Neutrons und den Kernbau Aussagen zu gewinnen. Die Ausführungen dieser Verfasser beruhen aber auf einer Reihe von Fehlschlüssen.

speziellen Form der Wellengleichung eines Neutrons. Dabei muss für Neutronen offenbar $\alpha = 0$ sein, weil ein Neutron kein magnetisches Bahnmoment haben kann. Die nach [1] für den Fall $\alpha = 0$ berechneten g-Werte sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Wie man sieht, fällt das Vorzeichen des g-Faktors für verschiedene Neutronenkonfigurationen verschieden aus, wogegen g für Elektronen und für Protonen ein bestimmtes Vorzeichen hat. Dadurch wird die Tatsache erklärt, dass bei Kernen mit einer ungeraden Neutronenanzahl erfahrungsgemäss manchmal positive, manchmal negative g-Faktoren vorkommen, wogegen bei geradem N der g-Faktor immer positiv ausfällt.

Um nun die Grösse β zahlenmässig zu bestimmen, suchen wir die für Kerne mit Z gerade, N ungerade beobachteten g-Faktoren mit Hilfe der Tabelle 1 zu deuten. Es zeigt sich dabei, dass man mit der der Landéschen entsprechenden Annahme, das mechanische und das magnetische Moment dieser Kerne sei nur durch die Bewegung und den Spin eines einzigen Neutrons bestimmt, nicht auskommen kann. Man ist vielmehr gezwungen anzunehmen, dass in bestimmten Kernen der Spin von wenigstens 3 Neutronen nicht kompensiert ist ($S = {}^3/_2$). Es ist auch von vornherein gar nicht evident, dass für die Neutronen in Kernen die Dubletterme ($S = {}^1/_2$) immer niedriger als die Quartetterme ($S = {}^3/_2$) liegen werden. Dagegen wird wohl in Kernen immer die maximal mögliche Anzahl von α-Teilchen gebildet werden, so dass bei geradem Z kein Proton und bei ungeradem Z nur ein einziger Proton magnetisch wirksam sein wird.

Nimmt man nun an, dass bei ungeradem N der Neutronenspin S entweder ${}^1/_2$ oder ${}^3/_2$ betragen kann, so können alle für solche Kerne gemessenen g-Werte an Hand der Tabelle 1 einfach gedeutet werden, wenn man $\beta = -1$, also $\mu_n = \beta S_n = -{}^1/_2$ setzt (vgl. Tabelle 2).* Die experimentellen Werte von J und g sind der neuestem Zusammenstellung von Schüler und Westmeyer ([3]) entnommen; für Sr steht es nicht fest, ob $J = {}^3/_2$ oder gleich ${}^5/_2$ ist. Da für jeden Kern J bekannt ist und nach unserer Voraussetzung $S = {}^1/_2$ oder $S = {}^3/_2$ sein kann, so gibt es für jeden Kern *a priori* von 4 (bei $J = {}^1/_2$) dis 6 (bei $J = {}^3/_2$) Zuordnungsmöglichkeiten (bei Landé waren es nur 2). Die Tatsache, dass g teilweise positiv, teilweise negativ ausfällt, vermindert aber diese Auswahl sehr wesentlich, so dass die Zuordnung sowie die Wahl des Wertes von β praktisch eindeutig bestimmt ist. Es sei noch bemerkt, dass mit Ausnahme des unsicheren Falles von Sr alle anderen 4 Quartettkonfigurationen der entgegengesetzten Richtung des Spin- und Bahnmomentes entsprechen.

Wenden wir uns jetzt wieder zu den von Landé betrachteten Kernen mit geradem N und ungeradem Z, nämlich zu den Isotopen von Ga und Sb. Landé vermochte auf Grund seiner Annahme, dass in den Kernen dieser Klasse ein Proton, aber kein Neutron magnetisch wirksam ist, den g-Faktor für Ga_{69} und Ga_{71} nicht zu deuten; für Sb_{121} stimmt der von ihm berechnete Wert $g = 1.6$ schlecht mit dem beobachtetem Werte $g = 1.1$ überein. Wir machen nun die Annahme, dass in Ga_{66} bzw. Sb_{121} im Gegensatz zu Ga_{71} bzw. Sb_{123} der Spin von zwei Neutronen nicht abgesättigt ist, dass aber der Protonenzustand in beiden Isotopen von Ga bzw. von Sb der gleiche ist. Was die Koppelungsverhältnisse anbetrifft, so ist beim heutigen Zustande der Theorie nur die Aussage möglich, dass wegen der Austauschkräfte die Koppelung der Spins bzw. Bahnmomente der Neutronen miteinander die stärkste sein wird. Wir machen noch die weitere

* Das Minuszeichen bedeutet, dass das magnetische Moment des Neutrons dem mechanischen Spinmomente entgegengesetzt gerichtet ist.

Annahme, dass hier eine $\{j_p, j_n\}$-Koppelung vorliegt. Dann erhält man folgende Deutung der Kernmomente von Ga bzw. Sb (mit $\mu_p = 4 \times {}^1/_2$ und $\mu_n = -1 \times {}^1/_2$; vgl. Tabelle 3).

Zum Schlusse sei noch $N_{14} = 3\alpha + p + n$ betrachtet, bei welchem erfahrungsgemäss $J = 1$ und $|g| \leqslant 0.2$ ist (4). Man erhält bei der Annahme der $\{j_p, j_n\}$-Koppelung z. B. folgende mögliche Deutungen dieser Werte: a) $l_p = l_n = 1, j_p = j_n = {}^1/_2, g = {}^1/_6$; b) $l_p = 2, l_n = 1, j_p = j_n = {}^3/_2, g = {}^1/_{30}$. Um das Fehlen der beobachtbaren Hyperfeinstruktur bei N_{14} zu erklären, ist es also nicht notwendig anzunehmen, wie es Bacher (4) vermutet hat, dass $\mu_n = -\mu_p$ ist.

Selbstverständlich können die angegebenen Protonen- und Neutronenkonfigurationen, insbesondere für die drei letztgenannten Elemente, keineswegs als endgültig angesehen werden. Wir haben sie nur angeführt um zu zeigen, dass unsere Grundannahmen mit der Erfahrung verträglich sind. Dagegen scheint uns der Befund, dass das magnetische Moment eines Neutrons — ${}^1/_2$ Kernmagnetonen beträgt, besser gesichert zu sein.

Abteilung für theoretische Physik des Physikalischen Forschungsinstituts der Universität Moskau.

Eingegangen d. 22. II. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] A. Landé. Phys. Rev., **44**, 1028, 1933. [2] B. Venkatasachar u. T. Subbaraya. Z. f. Phys., **85**, 264, 1933. [3] H. Schüler u. H. Westmeyer. Naturwiss., **21**, 674, 1933. [4] Bacher. Phys. Rev., **43**, 1001, 1933.

ФИЗИКА

С. Э. ФРИШ и В. А. МАТВЕЕВ

СВОЙСТВА АТОМНЫХ ЯДЕР НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

(*Представлено академиком Д. С. Рождественским 10 I 1934*)

За последнее время наши сведения о магнитных моментах атомных ядер значительно расширились благодаря работе Ферми и Сегрэ (1).

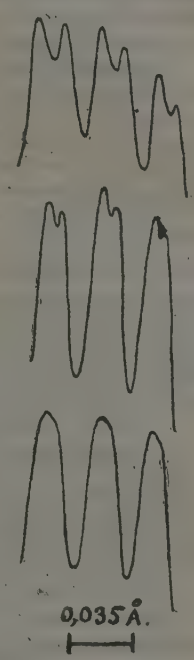
На основании полученного таким образом материала, рядом авторов (2) было отмечено, что элементы разбиваются по свойствам своих ядер на четыре характерных группы. Свойства этих групп охватываются следующей табличкой.

Группа	Механический момент	Магнитный момент	Статистика
I. Элементы с четными A и Z	Нуль	Нуль	Бозе-Эйнштейна
II. Элементы с нечетными A и Z	Половинчатые	Положительные $\mu \leqq \frac{1}{350}\mu_0$	Дирака-Ферми
III. Элементы с нечетными A и четными Z	„	Положительные или отрицательные $\lvert\mu\rvert \leqq \frac{1}{1800}\mu_0$	Дирака-Ферми (?)
IV. Элементы с четными A и нечетными Z .	Целые	Весьма малые	Бозе-Эйнштейна

Здесь A — массовые номера, Z — атомные номера, μ_0 — магнетон Бора.

Обратим внимание, что с современной точки зрения ядра построены только из протонов и нейтронов, причем ядра элементов группы I состоят из четного числа и протонов, и нейтронов; ядра элементов группы II состоят из нечетного числа протонов и четного числа нейтронов; ядра группы III — из четного числа протонов и нечетного числа нейтронов и, наконец, ядра группы IV — из нечетного числа и протонов, и нейтронов.

Шюлер и Вестмейер замечают, что ядра элементов группы II имеют либо магнитные моменты близкие к магнитному моменту протона ($\sim {}^1/_{780}\,\mu_0$), либо близкие к его половине. Они считают эти соотношения общими и полагают, что отклонения от них (например ${}^1/_{2040}\,\mu_0$ для As и ${}^1/_{250}\,\mu_0$ для In и т. д.) обусловлены неточностями в определении моментов. Мы хотели бы прежде всего отметить, что дело здесь может итти лишь о приближенном равенстве магнитных моментов сложных ядер моменту протона или его половине. Это явствует из того факта, что существуют такие пáры изотопов (например, Ga^{69} и Ga^{71}), которые имеют одинаковые механические моменты изотопов и обнаруживают при этом различные и не стоящие в простых отношениях расщепления термов. Кроме того, достаточно точные расчеты, произведенные для Li II ([3]), дают для ядра Li^7 магнитный момент приблизительно на 30% больший, чем момент протона. Наконец, повидимому, существуют такие элементы с нечетными A и Z, магнитные моменты которых весьма малы. Одним из нас ([4]) недавно были опубликованы наблюдения над линиями K II, показывающие, что момент ядра калия значительно меньше, чем момент ядра натрия.



Вычисления, произведенные по формулам Ферми и Сегрэ, дают значение $\mu/\mu_0 = {}^1/_{2700}$ как верхний предел для ядра калия. В настоящее время нами были произведены некоторые добавочные наблюдения над резонансными линиями Ag I. Простая структура этих линий была установлена одним из нас ([5]) с помощью большой диффракционной решотки и пластинки Люмера. Затем, структура этих линий исследовалась рядом других авторов ([6]), также не обнаруживших компонент. По Толанскому полуширина линий не превышает 0.07 $см^{-1}$. Поскольку, однако, судить по наблюдаемой полуширине линий о величине возможного расщепления весьма затруднительно, мы произвели ряд съемок линии Ag I $\lambda\lambda$ 3280 3382 Å при различных условиях. Съемки производились с помощью трех кварцевых эталонов Фабри и Перо с расстоянием между пластинками в 4.56 мм, 6.56 мм и 15.24 мм. Пластинки эталонов были покрыты путем испарения в вакууме аллюминиевыми зеркалами. Источником света служили трубка с полым катодом. При охлаждении трубки водой и силе тока в 150—240 mA можно было наблюдать самообращение линий.

При уменьшении силы тока до 45—90 mA и охлаждении катода жидким воздухом самообращение пропадало. На рисунке приведены три микрофотограммы со снимков, произведенных при разной силе разряд-

ного тока с помощью большого эталона ($d = 15.24$ мм). На первой кривой явно видно самообращение (несколько несимметричное), на второй — вся картина становится уже, на третьей — самообращение пропадает, хотя линия остается еще несколько расширенной. Расстояние между максимумами кривой в первом случае равно приблизительно 0.015 Å или 0.14 см$^{-1}$. Во втором — приблизительно 0.008 Å или 0.07 см$^{-1}$. Таким образом, становится совершенно очевидным, что если на линиях серебра и есть расщепление, то оно меньше, чем 0.008 Å или 0.07 см$^{-1}$. Отсюда по формулам Ферми и Сегрэ следует, что магнитный момент ядра серебра не превышает $^1/_{5000}\ \mu_0$.

Следует, конечно, иметь в виду, что формулы Ферми и Сегрэ пригодны только в том случае, если термы не возмущены. Однако, то обстоятельство, что в спектре меди, вполне аналогичной по своей электронной оболочке серебру на линиях наблюдается структура, заставляет предполагать, что отсутствие структуры на линиях серебра действительно обусловлено малым значением магнитного момента серебра.

Кроме серебра, нами были произведены снимки с помощью эталонов Фабри и Перо ультрафиолетовых линий Mg II $3s^2S^1/_2 - 3p^2P_j$, $\lambda\lambda$ 2802; 2795 Å. Обе линии были найдены простыми, хотя и заметно расширенными по сравнению с линией Mg I $3s^2\,{}^1S_0 - 3s\,3p\,{}^1P_2$, λ 2852 Å. Магний имеет три изотопа с атомными весами 24,25 и 26, причем изотоп Mg^{24} присутствует в превалирующих количествах. Изотопы Mg^{24} и Mg^{26} относятся к группе элементов I, и у их ядер нельзя ожидать присутствия моментов отличных от нуля.

Изотоп же Mg^{25} попадает в группу III.

По формулам Ферми и Сегрэ при магнитном моменте $\mu \cong {}^1/_{8000}\ \mu_0$ на его линиях следует ожидать расщепления порядка 0.02 Å, которое могло бы быть замеченным. Однако, ввиду отсутствия сведений о количественном изотопическом составе магния, делать какие-либо определенные выводы из полученных результатов не представляется возможным.

Вероятно, что расширение линий обусловлено изотопическими смещениями.

Государственный оптический институт.
Ленинград.

Поступило
3 I 1934.

PHYSIK

ÜBER DIE KERNMOMENTE EINIGER ELEMENTE

Von S. FRISCH und V. MATVEJEV

(*Vorgelegt von D. Roždestvenskij, Mitglied der Akademie, d. 10. I. 1934*)

ZUSAMMENFASSUNG

Auf Grund der von Fermi und Segré (1) durchgeführten Rechnungen, wurde von verschiedenen Verfassern (2) ausgesprochen, dass die Elemente in Hinsicht ihrer Kerneigenschaften sich wie folgt in vier Gruppen zusammenfassen lassen:

Gruppe	Kernmoment	Magnetisches Kernmoment	Statistik
I. Elemente mit geraden A und Z . .	Null	Null	Bose-Einstein
II. Elemente mit ungeraden A und Z . . .	Halbzahlig	Positiv; $\mu \leqq \frac{1}{350}\mu_0$	Dirac-Fermi
III. Elemente mit ungeradem A und geradem Z	„	Positiv oder negativ $\lvert\mu\rvert \leqq \frac{1}{1800}\mu_0$	Dirac-Fermi (?)
IV. Elemente mit geradem A und ungeradem Z	Ganzzahlig	Sehr klein	Bose-Einstein

Schüler und Westmeyer (l. c.) sprechen die Vermutung aus, dass die magnetischen Momente der Kerne, die zur Gruppe II gehören, dem Momente des Protons $\left(\mu \simeq \frac{1}{730}\mu_0\right)$ oder seinem halben Werte gleich sind. Wir wollen erstens betonen, dass es sich hier nur um eine angenäherte Beziehung handeln kann: a) weil man auf Grund des theoretisch einfachen Falles von Li II für das Kernmoment von Li^7 [3] einen Wert, der etwa um 30% höher liegt als der Wert des Protonenmoments erhält und b) weil einige Isotopen, die gleiches I haben (zum Beispiel Ga^{69} und Ga^{71}), etwas verschiedene Aufspaltungen der Terme aufweisen. Zweitens scheint es, dass zur Gruppe II auch solche Elemente gehören, deren magnetisches Kernmoment viel kleiner als das Protonenmoment ist. Neuerdings hat der eine von uns [4] gezeigt, dass das Kernmoment von K^{39} wahrscheinlich nicht grösser als $^1/_{2700}\,\mu_0$ ist. Auch die einfache Struktur der Resonanzlinien von Ag I [5, 6] zeigt dass das Kernmoment der beiden Silberisotopen Ag^{107} und Ag^{109} wahrscheinlich einen geringen Wert hat. Wir haben die Ag I-Linien λλ 3280; 3382 Å wiederholt mit drei verschiedenen Fabry-Perot-Etalons ($d = 4.56$ mm; $d = 6.56$ mm und $d = 15.24$ mm) aufgenommen. Es wurden dabei Al-Spiegel benutzt, die ein grosses Auflösungsvermögen im Ultraviolett zu erreichen erlaubten. Als Lichtquelle wurde ein Entladungsrohr mit Hohlkathode benutzt. Bei einem Entladungsstrom von 150—240 mA und Abkühlung der Kathode mit Wasser wurden die Linien mittels eines grossen Etalons ($d = 15.24$ mm) als selbstumgekehrt beobachtet. Bei einem Strom von 45—90 mA und Abkühlung der Kathode mit flüssiger Luft verschwand die Selbstumkehrung, obgleich die Linien noch immer etwas verbreitet waren. Beiliegende Abbildung (S. 461) gibt die bei verschiedenen Stärken des Entladungsstroms aufgenommenen Mikrophotogramme wieder. Aus diesen Mikrophotogrammen kann festgestellt werden, dass eine eventuelle Struktur von der Grössenordnung ~ 0.07 cm^{-1} noch mit Sicherheit bemerkt werden könnte. Daraus lässt sich nach der Methode von Fermi und Segrè berechnen, dass das magnetische Moment von Ag-Kernen nicht grösser als $^1/_{5000}\,\mu_0$ ist.

Mit derselben Versuchsanordnung haben wir noch die Linien Mg II $3s^2S_{1/2} - 3p^2P_j$ λλ 2802; 2795 Å aufgenommen. Es konnte auch keine

Struktur an diesen Linien wahrgenommen werden; die Linien scheinen nur etwas verbreitert zu sein. Da aber der Betrag des Zusatzes von verschiedenen Mg-Isotopen unbekannt bleibt, lassen sich aus diesen Tatsachen einstweilen keine unmittelbaren Schlüsse ziehen.

Staatl. Optisches Institut.
Leningrad.

Eingegangen
d. 8. I. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] E. Fermi u. E. Segré. Z. f. Phys., **82**, 729, 1933. [2] N. S. Grace. Phys. Rev., **44**, 58, 1933. — H. Schüler u. H. Westmeyer. Naturwiss., **21**, 674, 1933. — С. Фриш. Труды конференции по строению ядра в Ленинграде, 1933 (печатается). S. Frisch. Arbeiten d. Konferenz für den Aufbau des Atomkerns zu Leningrad (im Druck befindlich). [3] P. Güttinger. Z. f. Phys., **64**, 749, 1930. — P. Güttinger u. W. Pauli. Z. f. Phys., **67**, 743, 1931. [4] S. Frisch. Phys. Z. der Sowjetunion, **4**, 557, 1933. [5] S. Frisch. Z. f. Phys., **68**, 758, 1931. — Idem. Phys. Z. der Sowjetunion, **1**, 302, 1932. [6] D. A. Jackson. Nature, **131**, 691, 1933. — W. E. Williams and A. Middleton. Nature, **131**, 692, 1933. — S. Tolansky. Proc. Phys. Soc., **45**, 559, 1933.

ФИЗИКА

Ю. М. ТОЛМАЧЕВ

КАЧЕСТВЕННОЕ И КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИТИЯ, РУБИДИЯ И ЦЕЗИЯ СПЕКТРАЛЬНЫМ ПУТЕМ*

(*Представлено академиком Д. С. Рождественским 31 I 1934*)

Качественные и количественные определения Li, Rb и Cs в самых разнообразных минералах и других веществах производило много исследователей. Их определения велись для Li по линиям 4602.4, 4603.2, 6103.6 и 6707.8 Å, для Rb — по линиям 4201.8 и 4215.6 Å и для Cs — по линиям 4555.3 и 4593.2 Å.

Из исследований над спектрами щелочных металлов известно, что интенсивности первых членов главных серей в десятки раз превышают интенсивности вторых членов. Поэтому все определения были проведены по первым дублетам, и, как показали произведенные опыты, работа с ними приводит к весьма благоприятным реэультатам. В табл. 1 приведены длины волн первых дублетов.

Таблица 1 — Tabelle 1

Элемент Element	Сериальный символ Serien-Symbol	Длина волны в Å Wellenlänge in Å
Li	$2^2S_{1/2} - 2^2P_{1/2,\ 3/2}$	6707.8
Rb	$5^2S_{1/2} - 5^2P_{3/2}$	7800.3
Rb	$5^2S_{1/2} - 5^2P_{1/2}$	7947.6
Cs	$6^2S_{1/2} - 6^2P_{3/2}$	8521.1
Cs	$6^2S_{1/2} - 6^2P_{1/2}$	8943.6

* Более подробно работа печатается в Известиях Академии Наук СССР.

Указанные в таблице линии, за исключением линии Li, лежат в инфракрасной области, к которой обычные фотопластинки нечувствительны; но благодаря наличию в настоящее время хороших сенсибилизаторов (неоцианин) это затруднение отпадает. Так как компоненты дублетов $P_{3/2}$ в два раза интенсивнее компонентов $P_{1/2}$, то внимание было сосредоточено главным образом на первых. Для Li оба компонента сливаются в одну линию.

Спектральные исследования были проведены на 12 минералах (табл. 2), любезно предоставленных заведующим Минералогическим музеем Академии Наук СССР В. И. Крыжановским.

Таблица 2 — Tabelle 2

Название Benennung	Формула Formel	Район Fundort
Мусковит I — Muskovit I	$KH_2Al_3Si_3O_{11}$	Липовский район, Урал Lipovskij Umkreis, Ural
„ II — „ II	„	Карелия — Karelien
„ III — „ III	„	„ „
Флогопит — Phlogopit	$K_2FMg_3AlSi_3O_{12}$	Слюдянка, Забайкалье Sludjanka, Transbaikalien
Лепидолит I — Lepidolith I	$KH_2LiAl_2Si_3O_{11}$	Липовский район, Урал Lipovskij Umkreis, Ural
„ II — „ II	„	„
Микроклин — Mikroklin	$K(Na)AlSi_3O_8$	„
Ортоклаз — Orthoklas	$KAlSi_3O_8$	Мурзинка, Урал Mursinka, Ural
Берилл — Beryll	$Be_3Al_2Si_6O_{18}$	Липовский район, Урал Lipovskij Umkreis, Ural
Воробьевит — Worobjewit	„	„
Петалит — Petalit	$LiAlSi_4O_{10}$	„
Ортит — Orthit	$Ca_2HAl_3Si_3O_{13}$	Слюдянка, Забайкалье Sludjanka, Transbaikalien

Съемки спектров производились на однопризменном спектрографе Zeiss'a со светосилой 1:12.5. Пластинки Ильфорда сенсибилизировались по рецепту, данному Дэндоном, Швеном и Бриггсом.*

Для качественных определений были сняты дуговые спектры минералов. Результаты определений собраны в табл. 3.

Знак + означает присутствие элемента в минерале, знак — отсутствие его.

Установить факт присутствия или отсутствия Li в ортите весьма затруднительно, ввиду совпадения линии 6707.8 с линией 6709.5 лантана, последний же в ортите обнаружен в заметных количествах.

После количественных определений были сделаны определения порядка количеств Li, Rb и Cs в минералах.

* Dundon, Schwen, Briggs. Journ. Opt. Soc. Amer., 12, 397, 1926.

Таблица 3—Tabelle 3

Щель 0.01 мм, сила тока 6.5 А, экспозиция 1 мин.

Spaltbreite 0.01 mm, Stromstärke 6.5 A, Exposition 1 Min.

Название Benennung	Li	Rb	Cs
Мусковит I—Muskovit I	+	+	+
„ II— „ II	+	+	—
„ III— „ II	+	+	—
Флогопит—Phlogopit	+	+	—
Лепидолит I—Lepidolith I	+	+	+
„ II— „ II	+	+	+
Микроклин—Mikroklin	+	+	+
Ортоклаз—Orthoklas	+	+	+
Берилл—Beryll	+	+	+
Воробьевит—Worobjewit	+	+	+
Петалит—Petalit	+	—	—
Ортит—Orthit	Неясно Undeutlich	—	—

В качестве эталонов, с которыми производилось сравнение, были взяты твердые смеси из стекла определенного состава и $Al(OH)_3$. Состав этих смесей близко подходил к среднему составу минералов и кроме того содержал определенные количества Li, Rb и Cs одновременно (0.001, 0.01 и 0.1% в расчете на металл). Для съемок отвешивалось по 0.01 г эталонов и минералов. Все определения производились в дуге. Результаты представлены в табл. 4.

Круглые скобки, в которые заключен один из пределов, указывают, что количество элемента близко подходит к другому пределу.

Для более точного количественного анализа Li, Rb и Cs были выделены (вместе с Na и K) из минералов по способу Lawrence Smith'a ввиде хлористых солей. Определение производились также по методу спектров сравнения причем не в дуге, а в искре, ввиду большего постоянства последней.

Стандартные растворы кроме определенных количеств Li, Rb и Cs (0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1 и 0.4%) содержали еще Na и K в количествах, соответствующих данному минералу (все элементы вводились ввиде хлористых солей). Мусковиты II и III и ортит анализу не подвергались. Количественные данные помещены в табл. 5.

При рассмотрении полученных данных обращает на себя внимание ортоклаз с содержанием Rb выше 1%, а также воробьевит, который, ввиду значительного преобладания атомной концентрации Li над таковой для Cs, следовало бы назвать не цезиевым, а литиево-цезиевым бериллом.

Попутно в этой работе были сделаны качественные определения некоторых других элементов в исследовавшихся минералах. Из этих определений интересно отметить, что микроклин, ортоклаз и лепидолиты I и II содержат Ga в более значительных количествах по отношению к дру-

Таблица 4—Tabelle 4

Щель 0.01 мм, сила тока 6.5 А, экспозиция 1 мин.

Spaltbreite 0.01 mm, Stromstärke 6.5 A, Exposition 1 Min.

Название Benennung	Li	Rb	Cs
	Пределы в %, между которыми лежит количество элемента Grenzen, zwischen denen der Prozentsatz des Elementes liegt		
Мусковит I—Muskovit I	0.01 — 0.1	0.01 — (0.1)	< 0.01
„ II— „ II	< 0.001	0.001 — (0.01)	Нет — Fehlt
„ III— „ III	< 0.001	0.001 — (0.01)	Нет — Fehlt
Флогопит — Phlogopit	0.001 — (0.01)	(0.001) — 0.01	Нет — Fehlt
Лепидолит I—Lepidolith I	> 1.0	> 0.1	(0.01) — 0.1
„ II— „ II	> 1.0	> 0.1	(0.01) — 0.1
Микроклин—Mikroklin	0.01 — 0.1	(0.01) — 0.1	(0.001) — 0.01
Ортоклаз — Orthoklas	~ 0.001	> 0.1	0.01 — (0.1)
Берилл—Beryll	0.01 — (0.1)	0.001 — (0.01)	~ 0.01
Воробьевит—Worobjewit	> 0.1	(0.001) — 0.01	> 0.1
Петалит—Petalit	> 1.0	Нет — Fehlt	Нет — Fehlt
Ортит—Orthit	Не определено Unbestimmt	Нет — Fehlt	Нет — Fehlt

Таблица 5—Tabelle 5

Щель 0.05 мм, сила тока 3.5 А, экспозиция 10 мин.

Spaltbreite 0.05 mm, Stromstärke 3.5 A, Exposition 10 Min.

Название Benennung	% элемента в минерале Prozentsatz des Elementes im Mineral		
	Li	Rb	Cs
Мусковит I—Muskovit I	0.08	0.1	0.004
Флогопит—Phlogopit	0.004	0.007	—
Лепидолит I—Lepidolith I	> 1.0	0.7	0.06
„ II— „ II	> 1.0	0.8	0.04
Микроклин—Mikroklin	0.08	0.1	0.007
Ортоклаз—Orthoklas	0.002	1.2	0.06
Берилл—Beryll	0.04	0.006	0.006
Воробьевит—Worobjewit	0.4		0.4
Петалит—Petalit	> 1.0	—	—

гим минералам. Кроме того, мусковит II и III (Карелия), флогопит и ортит (Слюдянка) содержат значительно меньшие количества Be, чем минералы Липовского и Мурзинского районов.

По данным работы можно сделать следующие выводы:

1) Качественные и количественные определения Zi, Rb и Cs лучше всего вести по интенсивным составляющим первых дублетов главных серий. При применении в качестве сенсилибизатора неоцианина чувствительность определений получается более высокой, чем при работе со вторыми дублетами.

2) Линия Rb 7800.3, линия Cs 8521.1 и линия Li 6707.8 при употреблявшейся методике исчезают последними при уменьшении концентрации и, поэтому, с полным основанием могут быть названы последними линиями этих элементов.

3) Для качественных определений Li, Rb и Cs очень удобным источником света является дуга.

4) Для определения порядка количеств Li, Rb и Cs удобен и быстр метод сравнения с твердыми эталонами, состав которых, кроме определенных количеств Li, Rb и Cs, должен по возможности близко подходить к составу исследуемых минералов.

5) Для более точных количественных определений Li, Rb и Cs последние необходимо выделить из минералов ввиде хлористых солей и работать уже с ними, применяя метод сравнения со стандартными растворами. Применение в качестве источника света искры дает весьма удовлетворительные результаты.

В заключение пользуюсь случаем выразить сердечную благодарность заведующему Лабораторией спектрального анализа А. Н. Филиппову за его неизменный интерес к этой работе и повседневные ценные советы и указания.

Лаборатория спектрального анализа
Государственного оптического института.
Ленинград.

Поступило
31 I 1934.

PHYSIK

QUALITATIVE UND QUANTITATIVE BESTIMMUNG VON LITHIUM, RUBIDIUM UND CÄSIUM AUF SPEKTROSKOPISCHEM WEGE *

Von J. M. TOLMAČEV

(*Vorgelegt von D. Roždestvenskij, Mitglied der Akademie, d. 31. I. 1934*)

Qualitative und quantitative Bestimmungen von Li, Rb und Cs in verschiedenen Mineralien und anderen Stoffen wurden von vielen Forschern ausgeführt. Diese Bestimmungen wurden für Li nach den Linien 4602.4, 4603.2, 6103.6 und 6707.8 Å, für Rb — nach den Linien 4201.8 und 4215.6 und für Cs — nach den Linien 4555.3 und 4593.2 gemacht.

Aus den Untersuchungen der Spektren der Alkalimetalle ist es bekannt, dass die Intensitäten der ersten Glieder der Hauptserien die Intensitäten

* Diese Arbeit wird ausführlicher in dem Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS veröffentlicht.

der zweiten Glieder um mehrmals das Zehnfache übersteigen. Dementsprechend wurden für unsere Bestimmungen die ersten Dublette gewählt, für welche die Versuche uns recht günstige Resultate ergaben. In Tabelle 1 (S. 464) sind die Wellenlängen der ersten Dublette angegeben.

Die in der Tabelle angegebenen Linien liegen alle (die Lithium-Linie ausgenommen) im infraroten Teil des Spektrums, wo die gewöhnlichen photographischen Platten versagen da aber jetzt gute Sensibilisatoren zur Verfügung stehen (Neozyanin), so fällt diese Schwierigkeit fort. Die Intensität der $P_{3/2}$-Komponenten der Dublette ist zweimal grösser, als die Intensität der $P_{1/2}$-Komponenten, daher wurde die Aufmerksamkeit hauptsächlich auf die ersteren gerichtet. Für Li fallen die beiden Komponenten zu einer Linie zusammen.

Die spektroskopischen Untersuchungen wurden für 12 Mineralien ausgeführt (Tabelle 2, S. 465), die uns vom Vorsteher des Mineralogischen Museums der Akademie der Wissenschaften der USSR, V. Kryžanovskij, liebenswürdig überlassen wurden.

Die Aufnahmen der Spektren wurden mit einem Zeisschen Einprismen-Spektrographen von 1 : 12.5 Lichtstärke gemacht. Es wurden Ilford-Platten verwendet, die nach einem von Dundon, Schwen und Briggs* angegebenen Rezept sensibilisiert waren.

Für qualitative Bestimmungen wurden die Bogenspektren der Mineralien aufgenommen. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in Tabelle 3 (S. 466) zusammengestellt.

Das Pluszeichen (+) bedeutet Vorhandensein des Elementes im Mineral, das Minuszeichen (—) sein Fehlen.

Es ist sehr schwierig, Vorhandensein oder Fehlen von Li im Orthit festzustellen, da die Linie 6707.8 mit der Linie 6709.5 des Lanthan zusammenfällt; letztere Element wurde aber im Orthit in merkbaren Mengen nachgewiesen. Nach qualitativen Ermittelungen wurden die Grössenordnungen der Mengen von Li, Rb und Cs in den Mineralien bestimmt.

Als Vergleichsetalone wurden feste Gemische aus Glas von bestimmter Zusammensetzung und Al $(OH)_3$ benutzt. Die Zusammensetzung dieser Gemische kam der mittleren Zusammensetzung der Mineralien nahe; die Gemische enthielten ausserdem bestimmte Mengen von Li, Rb und Cs (0.001, 0.01 und 0.1 Proz. Metall). Für die Aufnahmen wurden 0.01 g der Etalone bzw. der Mineralien genommen. Alle Untersuchungen wurden im Bogen ausgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 (S. 467) angegeben.

Runde Klammern, in welche eine der Grenzen eingeschlossen ist, bedeuten, dass die Menge des Elementes der anderen Grenze nahe zu liegen kommt.

Für eine genauere quantitative Analyse wurden die Elemente Li, Rb und Cs (zusammen mit Na und K) aus den Mineralien nach der Methode von Lawrence Smith in Form von Chlorsalzen ausgeschieden. Die Bestimmung wurde ebenfalls nach der Methode der Vergleichsspektren gemacht; dabei wurde aber nicht der Bogen, sondern der Funke verwendet, in Anbetracht seiner grösseren Beständigkeit. Die Etalonlösungen enthielten ausser den bestimmten Mengen von Li, Rb und Cs (0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1 und 0.4 Proz.) auch Na und K in Beträgen, welche der Zusammensetzung des gegebenen Minerals entsprechen (alle Elemente wurden in Form von Chlorsalzen beigefügt). Die Muscovite II und III und der Orthit wurden

* Dundon, Schwen, Briggs. Journ. Opt. Soc. Amer., 12, 397, 1926.

nicht analysiert. Die quantitativen Daten sind in Tabelle 5 (S. 467) angegeben.

Betrachtet man die erhaltenen Daten in ihrer Gesamtheit, so wird die Aufmerksamkeit auf den Orthoklas gelenkt, dessen Rb-Gehalt 1 Proz. übersteigt und ebenfalls auf den Worobijewit, welchen man wegen des Überwiegens der Atomkonzentration des Li im Vergleich mit der Atomkonzentration des Cs nicht als Cäsium- sondern als Lithium-Cäsium-Beryll bezeichnen müsste.

In dieser Untersuchung wurden beiläufig auch einige andere Elemente in den geprüften Mineralien bestimmt. Es ist von Interesse zu bemerken, das der Orthoklas und Lepidolithen I und II Ga in bedeutend grösseren Mengen enthalten im Verhältnis zu den anderen Mineralien. Ausserdem enthalten die Muscovite II und III (Karelien), der Phlogopit und der Orthit (Sludjanka) bedeutend kleinere Mengen von Be, als die Mineralien der Umkreise Lipovskij und Mursinskij (Ural).

Aus den Ergebnissen der Untersuchung kann man folgende Schlüsse ziehen:

1) Qualitative und quantitative Bestimmungen von Li, Rb und Cs sind am besten nach den intensiven Komponenten der ersten Dublette der Hauptserien zu machen. Bei Benutzung des Neozyanins als Sensibilisator, bekommt man eine höhere Empfindlichkeit der Bestimmungen mit den ersten Dubletten, als bei Verwertung der zweiten Dublette.

2) Unter Anwendung unseres Verfahrens verschwinden die Linien Rb 7800.3, Cs 8521.1 und Li 6707.8 zuletzt bei Abnahme der Konzentration: somit können sie mit vollem Recht als die letzten Linien dieser Elemente bezeichnet werden.

3) Für qualitative Bestimmungen von Li, Rb und Cs ist der elektrische Bogen eine sehr geeignete Lichtquelle.

4) Für die Bestimmung der Ordnungsgrössen der Li-, Rb- und Cs-Beträge ist die Methode der festen Vergleichsetalone geeignet und führt schnell zum Ziel; die Zusammensetzung der Etalone muss, abgesehen von den bestimmten Mengen von Li, Rb und Cs, derjenigen der untersuchten Mineralien möglichst nahe kommen.

5) Für genauere quantitative Bestimmungen von Li, Rb und Cs müssen die letzteren unbedingt aus den Mineralien in Form von Chlorsalzen ausgeschieden werden: weiter arbeitet man mit diesen Chlorsalzen unter Anwendung der Methode des Vergleichens mit geeichten Etalonlösungen. Die Benutzung des Funkens als Lichtquelle ergibt gute Resultate.

Zum Schluss möchte ich die Gelegenheit benutzen, A. Filippov für sein stetiges Interesse an meiner Arbeit und seine wertvollen Ratschläge und Anweisungen meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Spektralanalytisches Laboratorium
des Staatl. Optischen Instituts.
Leningrad.

Eingegangen.
d. 31. I. 1934

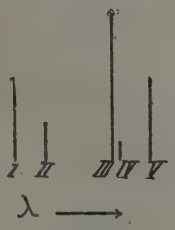
ФИЗИКА

В. М. ЧУЛАНОВСКИЙ и М. П. МОХНАТКИН.

ТОНКОЕ СТРОЕНИЕ ЛИНИИ He II 1640 Å

(Представлено академиком Д. С. Рождественским 8 I 1931)

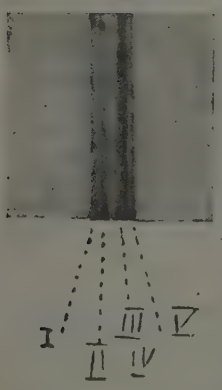
Расщепление тонкой структуры линий одноэлектронного атома в области вакуумной спектроскопии представляет двойной интерес. Кроме возможности проверить точную теорию на опыте, такое расщепление сложной линии на элементарные, длину волны которых можно точно рассчитать, может оказаться весьма полезным и для разработки системы нормалей в вакуумной области.



Фиг. 1 — Abb. 1

В настоящем сообщении излагаются результаты предварительных опытов с линией He II 1640 Å, которая является аналогом линии H_α бальмеровой серии водорода, и состоит из пяти элементарных линий, как показано на фиг. 1.

При помощи вакуумного спектрографа* в первом порядке делалась съемка свечения гелия внутри полого катода из угля (внутренний диаметр около 6 мм). Упругость гелия была порядка миллиметров ртутного столба. На фиг. 2 изображена часть спектральной линии λ 1640 Å, увеличенной в 240 раз.** На съемке видны две группы линий. Это расщепление на две группы вполне реально и может быть прослежено до конца линии, где она слабее и где между обеими группами нет даже слабого почернения.



Фиг. 2 — Abb. 2

Разделение каждой из групп на составляющие видно лишь при рассматривании негатива через микроскоп с качающимся объективом, когда они выступают черными линиями на сером фоне.

Левый дублет, со стороны коротких длин волн, дает хорошее совпадение с теорией: отношение расстояния между линиями дублета (фиг. 1) I—II к расстоянию между крайними составляющими I—V равно 47 : 202 (при теоретическом 0.046 к 0.202 Å). Линия фотографии, соответствующая линиям III и IV (фиг. 1), не разрешена, но имеет структуру, и положение ее черного края плохо согласуется с положением центра потемнения, как его можно ожидать теоретически.

Отношение интенсивностей также не вполне соответствует ожидаемому.

Такое несогласие может быть нереальным и вызываться при неполном разрешении на составляющие действием крупных зерен негатива, случайно расположенных вблизи максимума почернения.

* Описание решетки и спектрографа см. в статье В. Чулановского (Phys. Z. d. Sowjetunion, Bd. 4, 443, 1933).

** Линия увеличена по методу Линника, с качающимся объективом микроскопа, в 120 раз и еще раз дважды при получении отпечатка с негатива.

Цель настоящей заметки заключается в том, чтобы указать на полную осуществимость изучения тонкого строения линий одноэлектронных атомов в вакуумной области современными спектральными средствами. Точные же промерки этих линий и их окончательная интерпретация будут сделаны, когда будут получены лучшие фотографии.

Государственный оптический институт.
Ленинград.

Поступило
8 I 1934.

PHYSIK

DIE FEINSTRUKTUR DER LINIE He II 1640 Å

Von V. ČULANOVSKIJ und M. MOCHNATKIN

(*Vorgelegt von D. Roždestvenskij, Mitglied der Akademie, d. 8. I. 1934*)

Die Auflösung der Feinstruktur der Linien eines einelektronigen Atoms im Gebiet der Vakuumspektroskopie hat ein doppeltes Interesse. Ausser der Möglichkeit, die Folgerungen der exakten Theorie experimentell nachzuweisen, kann solcheine Aufspaltung einer zusammengesetzten Linie in mehrere elementare, deren Wellenlängen genau berechnet werden können, bei der Ausarbeitung eines Systems von Normalen im Vakuumgebiet Verwendung finden.

In der vorliegenden Notiz werden die Resultate vorläufiger Experimente wiedergegeben, welche mit der Linie He II 1640 Å gemacht worden sind. Diese Linie ist analog der Linie H_α der Balmerserie des Wasserstoffes gebaut und besteht aus fünf elementaren Komponenten (Abb. 1, S. 471).

Mit Hilfe eines Vakuumspektrographen* wurde in erster Ordnung eine Aufnahme des Leuchtens von Helium im Inneren einer Hohlkathode von Kohle (der innere Durchmesser betrug ungefähr 6 mm) gemacht. Der Druck des Heliums war von der Ordnung von einigen Millimetern der Quecksilbersäule. Abb. 2 zeigt einen Teil der Linie 1640 Å des Heliums in 240-facher Vergrösserung.** Auf der Aufnahme sind zwei Gruppen von Linien zu sehen. Diese Spaltung in zwei Gruppen ist vollkommen reell und kann bis zum Ende der Linie verfolgt werden, wo sie schwächer wird und wo beide Gruppen vollständig aufgelöst sind.

Die Aufteilung jeder Gruppe in ihre Komponenten kann nur im Falle von Betrachtung des Negativs mittels Mikroskop mit schaukelndem Objektiv erblickt werden, wo jene letzteren dann als schwarze Linien auf grauem Hintergrunde erscheinen.

Das linke Dublett, von der Seite der kurzen Wellen, stimmt mit der Theorie überein: das Verhältnis des Abstandes zwischen den Linien des Dubletts (Abb. 1, S. 471) I—II zum Abstande zwischen den Komponenten I—V

* Für Beschreibung des Gitters und des Spektrographen siehe d. Aufsatz von V. Čulanovskij (Phys. Z. d. Sowietunion, Bd. 4, 443, 1933).

** Die Linie wurde nach der Methode von Linnik 120 mal vergrössert und nachher, bei Herstellung des Abdrucks nach dem Negativ, noch ums Doppelte.

ist gleich 47 : 202 (theoretisch 0.046 Å zu 0.202 Å). Die Linie, welche den Komponenten III und IV auf Abb. 1 entspricht, ist nicht aufgelöst, hat aber eine Struktur, und die Lage ihres schwarzen Randes lässt sich mit der Lage des Zentrums der Verdunkelung schwer verbinden, wie sich selbige aus theoretischen Betrachtungen wermuten liess.

Das Verhältnis der Intensitäten stimmt ebenfalls mit dem erwarteten nicht ganz überein.

Dieses Nichtübereinstimmen braucht nicht durchaus ein reelles zu sein und kann bei nicht vollständiger Auflösung in Komponenten dadurch herbeigeführt werden, dass gröbere Körner des Negativs zufällig sich in der Nähe des Maximums der Schwärzung befinden.

Das beschriebene Experiment zeigt, dass das Studium der Feinstruktur von Linien der einelektronigen Atome im Vakuumgebiet schon mit den jetzigen Mitteln ausführbar ist.

Genaue Messungen dieser Linien und ihre endgültige Deutung sollen erst nach Erhaltung besserer Aufnahmen gegeben werden.

Staatl. Optisches Institut,
Leningrad.

Eingegangen
d. 8. 1. 1934.

ФИЗИКА

В. М. ЧУЛАНОВСКИЙ

ВРАЩАТЕЛЬНАЯ СТРУКТУРА ПОЛОС МОЛЕКУЛЫ АЗОТА В ШУМАНОВСКОЙ ОБЛАСТИ

(*Представлено академиком Д. С. Рождественским 21 I 1934*)

Молекулярный спектр азота может быть описан при помощи двух групп электронных уровней, не комбинирующих друг с другом. Группа уровней, дающая так называемые 1-ую, 2-ую и 4-ую положительные системы полос, вследствие удобного расположения этих полос в видимой и близкой ультрафиолетовой областях, многократно и подробно изучалась.

Она состоит из триплетных уровней, природа которых определена ([1]). Вторая группа была подробно исследована Берджем и Гопфильдом ([2]). Были выделены 4 уровня a, b, b' и c возбужденной молекулы, комбинирующие с нормальным уровнем X, и разобрана вибрационная структура полос.

Система $a \rightarrow X$, имея нолевую полосу около λ 1450 Å, содержит свыше 60 полос и включает различные вибрационные уровни нормального и возбужденного состояний. Система была получена и в излучении, и в поглощении, и потому принадлежность ее азоту бесспорна.

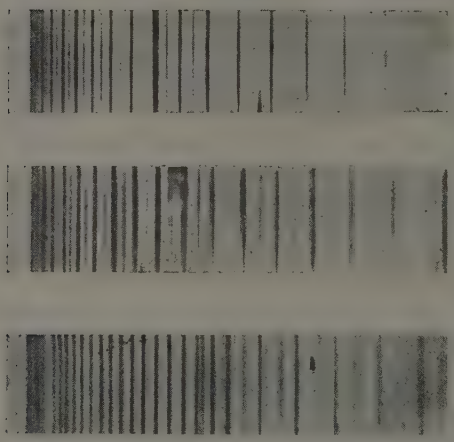
Системы $b \rightarrow X$; $b' \rightarrow X$ и $c \rightarrow X$ содержат лишь один вибрационный уровень возбужденного состояния и, начинаясь около 1000 Å, заходят далеко в шумановскую область. Эти системы были получены только в излучении, и принадлежность их молекуле азота, хотя и очень вероятная, доказана не была.

Вращательная структура полос разрешена не была, и потому вопрос о мультиплетности и природе электронных уровней, определяющих ее, решался на основании теоретических соображений. Предполагалось, что уровни одиночные и что нижний уровень $^1\Sigma$.

Цель настоящего сообщения заключается в изложении результатов моих промеров вращательной структуры системы полос $b' \rightarrow X$ от $v = 13$, до $v = 18$ и $v = 21$ (где v вибрационное квантовое число) и одной, наиболее четкой из полос системы $a \rightarrow X$ (0.3). Подробный отчет о работе будет дан в другом месте. Система полос $b' \rightarrow X$ получалась на снимках

лишь в виде очень интенсивной ветви Q. Только в одной из полос этой системы ($b'16$; $\lambda = 1431$ Å, см. фигуру) было промерено десять линий ветви P.

Линии полосы имеют очень отчетливо переменную интенсивность, и этим решается вопрос о принадлежности системы полос $b' \rightarrow X$ азоту.



Простое сопоставление факта переменной интенсивности с большой интенсивностью ветви Q, при отсутствии расщепления линий вследствие Λ doubling, неизбежно приводит к выводу, что система полос соответствует переходу между уровнями Π и Σ. Полоса λ 1357 Å ($b'14$) была разрешена до последней линии головы, в остальных, лишь у самой головы сливались 2 линии, но во всех случаях от $b'13$ до $b'16$ вполне однозначной экстраполяцией к голове получалась для вращательного квантового числа J первой линии полосы 1, т. е. подтверждалась природа полосы (Π, Σ). Полоса λ 1431 Å давала возможность благодаря присутствию на спектрограммах ветви P вычислить B' и B''.*

В остальных полосах достаточной интенсивностью обладала только ветвь Q, и потому можно было вычислить только $B' - B''$. Но B' одинаково для всех полос системы, и это давало возможность получить величину B''.

Полученные таким образом величины B_v'' для разных v даны в таблице.

v	λ головы в Å λ der Kante in Å	B_v'' cm^{-1}
13	1322	1.969
14	1357	1.968
15	1394	1.954
16	1431	1.948
17	1471	1.938
18	1511	1.918
21	1644	1.849

$B' = 1.385$ cm^{-1}

Эти числа допускают довольно надежную экстраполяцию к началу системы уравнением

$$B_v'' = B' + 0.6132 - 0.00452\ (v + {}^1/_2) + 0.000696\ (v + {}^1/_2)^2 - 0.0000375\ (v + {}^1/_2)^3$$

и дают для B'' величину 1.989 cm^{-1}.

* B связано с моментом инерции $J = \mu r^2$ уравнением $B = \frac{h}{c\,8\pi^2} J$. Одним штрихом отмечаются, согласно общепринятому обозначению, величины, относящиеся к верхнему электронному уровню молекулы, двумя штрихами те, которые относятся к нижнему.

Это число хорошо совпадает с числом 1.992, полученным Разетти на основании изучения вращательной структуры полос комбинационного рассеяния света в газообразном азоте. Полоса λ 1431 Å, наиболее тщательно измеренная по нескольким пластинкам (отклонения отдельных линий не отличаются от вычисленных больше, чем на 2—3 тысячных Å), состоит существенно из одиночных линий. Лишь в самом конце ее, около основной линии Q-ветви, появляются спутники. Следующая полоса (b' 17) λ 1471 Å (см. фигуру) состоит явно из дублетов. Параллельно Q-ветви основной полосы лежит Q-ветвь другой полосы, причем интенсивность линий обеих полос изменяется совершенно параллельно. В полосах $v < 16$ дублетность появляется лишь далеко от головы и тем ближе к голове, чем меньше v. Можно получить величину $B_1' - B_{1v}''$ для этих вторых ветвей.

Кривая $B_1' - B_{1v}''$ построенная по нескольким точкам этих вторых полос в зависимости от v, не параллельна кривой $B' - B_v''$ системы полос $b' \rightarrow X$, откуда следует, что дублирование нужно приписать не верхнему уровню, а нижнему. Если же предположить, что $B_1' = B'$, т. е. считать уровень одинаковым в обоих случаях, то кривые $B' - B_v''$ и $B_1' - B_{1v}'$, построенные в зависимости от v, пересекаются вблизи $v = 16$ (полоса 1431 Å). В этой точке становятся равными B_v'' и B_{1v}'', а значит и моменты инерции в обоих состояниях молекулы.

При $B_{1v}'' < B_v''$ когда $v > 16$ расщепление начинается у начала полосы. При равных моментах инерции в обеих полосах эта вторая система полос почти нацело исчезает и снова появляется при $v < 16$, когда $B_{1v}'' > B_v''$, но уже далеко от головы. Более подробная характеристика этого явления и его возможная связь с электронным уровнем b будет дана в следующей статье.

Линии полос системы $a \rightarrow X$ обычно шире, чем в системе $b' \rightarrow X$; полосы хуже развиты и часто перекладываются с другими. Здесь даны результаты измерений самой развитой и удобной для промерки полосы λ 1612 Å (см. фигуру). По классификации Берджа и Гопфильда это (0.3) полоса. Резким отличием полос системы $a \rightarrow X$ от $b' \rightarrow X$ является значительно более сильное развитие ветвей P и R при значительном все же преобладании интенсивности ветви Q; последовательные линии полосы почти одинаковой интенсивности.

Это подсказывает интерпретацию верхнего и нижнего уровней как $^1\Delta$ и $^1\Pi$ при неразрешенном раздвоении обоих уравнений на подуровни a и b [l Entkoppelung ([3])]. С этим толкованием согласуется и тот факт, что экстраполяция ветви Q до самой первой появляющейся на пластинке линии у головы дает лучшее согласие с промеркой пластинки, если этой линии приписать $J = 2$. Нормальному уровню, общему обеим системам, следует, таким образом, приписать символ $^1\Pi$.

Такая классификация связана однако с большими трудностями, так как молекула азота диамагнитна, и по теории Фан-Флека ([4]), хорошо подтверждающейся в случае O_2 и NO, символ $^1\Pi$ для нижнего уровня нейтральной молекулы азота получить нельзя.

Это заставляет меня считать указанную классификацию электронных уровней предварительной, пока не будет изучены все промеренные полосы системы $a \rightarrow X$.

В полосе λ 1612 Å были промерены 26 линий ветви Q, 12 линий ветви P и 10 линий ветви R; это дает довольно надежные значения для B' и B''. $B'' = 1.984$, что хорошо совпадает с найденной раньше величиной $B'' = 1.989$ и доказывает, что обе системы имеют один и тот же нижний уровень — нормальный уровень молекулы. Для B' получена вели-

чина 1.659, значительно отличающаяся от результатов Аплеярда [5] $B' = 1.5207$, вычисленного им на основании изучения полос системы $a \rightarrow X$ с высокими v' и v'', находящихся в области $\lambda > 2000$ Å.

Государственный оптический институт.
Ленинград.

Поступило
21 I 1934.

PHYSIK

DIE ROTATIONSSTRUKTUR DER BANDEN DES STICKSTOFFMOLEKÜLS IM SCHUMANNGEBIET

Von V. ČULANOVSKIJ

(*Vorgelegt von D. Roždestvenskij, Mitglied der Akademie, d. 21. I. 1934*)

Das Molekularspektrum des Stickstoffs besteht aus Banden, die zwei Gruppen von miteinander nicht kombinierenden Elektronenniveaus entsprechen. Die Niveausgruppe, welche die sogenannten 1-tes 2-tes und 4-tes positiven Systeme ergeben, ist infolge bequemer Lage der Banden in dem sichtbaren und nahe liegenden ultravioletten Gebiet des Spektrums mehrfach und eingehend studiert worden.

Diese Gruppe enthält Triplettniveaus, deren Natur festgestellt ist [1]. Die zweite Gruppe ist von Birge und Hopfield eingehend untersucht worden [2]. Die Vibrationsstruktur der Banden, die zu dieser Gruppe gehören, ist analysiert und es sind vier Niveaus a, b, b' und c des angeregten Moleküls, die mit dem normalen Niveau X kombinieren, gefunden worden.

Das System $a \rightarrow X$, welches die Nullbande in der Nähe von 1450 Å hat, enthält mehr als 60 Banden und schliesst verschiedene Vibrationsniveaus des normalen und angeregten Zustandes in sich. Das System wurde sowohl in Emission als auch in Absorption erhalten und deswegen ist seine Zugehörigkeit zum Stickstoff zweifellos.

Die Systeme $b \rightarrow X$: $b' \rightarrow X$ und $c \rightarrow X$ enthalten blos ein Vibrationsniveau des erregten Zustandes und erstrecken sich angefangen von ungefähr 1000 Å weit in das Schumanngebiet hinein. Diese Systeme wurden nur in Emission erhalten und ihre Zugehörigkeit zum Molekül des Stickstoffes ist trotz grosser Wahrscheinlichkeit nicht bewiesen.

Die Rotationsstructur der Banden war nicht aufgelöst und deshalb konnte die Frage von der Multiplizität und der Natur der Elektronenniveaus, welche sie bestimmen, nur auf Grund theoretischer Erwägungen gelöst werden. Es wurde vorausgesetzt, dass die Niveaus einfach sind und dass das untere Niveau $^1\Sigma$ ist.

Vorliegende Notiz hat den Zweck, die Resultate meiner Messungen der Rotationsstruktur des Bandensystems $b' \rightarrow X$ (von $v = 13$ bis $v = 18$ und $v = 21$) und einer Bande λ 1612 Å (0.3) des Systems $a \rightarrow X$, die besonders gut entwickelt ist, wiederzugeben. Dabei bedeutet v die Vibrationsquantenzahl. Ein ausführlicher Bericht über diese Arbeit soll anderwärtig gegeben werden.

Das Bandensystem $b' \rightarrow X$ wurde auf den Aufnahmen blos in Form eines intensiven Q Zweiges erhalten. Nur in einer von den Banden dieses Systems (b' 16 λ 1431 Å, s. Abb., S. 474) wurden zehn Linien des Zweiges P gemessen.

Die Linien der Bande haben eine sehr deutlich ausgesprochene abwechselnde Intensität.

Damit ist bewiesen, dass das Bandensystem $b' \rightarrow X$ dem Stickstoffmolekül angehört. Die Tatsache des Intensitätswechsels im Zusammenhange mit der grossen relativen Intensität des Q-Zweiges zeigt, dass das Bandensystem dem Übergange zwischen den Π und Σ Niveaus entspricht.

Die Bande λ 1357 Å (b' 14) ist bis zur letzten Linie am Kopfe, die übrigen bis zu zwei Linien am Kopfe gelöst; aber in allen Fällen von b' 13 bis b' 16 ergab die eindeutige Extrapolation zum Kopfe für die erste Linie der Bande $J = 1$, wo J die Rotationsquantenzahl ist. Damit war die Natur der Bande (Π, Σ) bestätigt.

Die Bande λ 1431 Å gab die Möglichkeit B'* und B'' zu berechnen, da auf den Spektrogrammen der Zweig P vorhanden war.

Von den übrigen Banden besass nur der Zweig Q die ausreichende Intensität und deshalb konnte nur $B' - B''$ berechnet werden. B' ist aber für alle Banden des Systems gleich und deshalb konnte auch B'' berechnet werden.

Die so erhaltenen Grössen sind in Tabelle (S. 474) angeführt.

Diese Zahlen erlauben eine ziemlich sichere Extrapolation zum Anfang des Systems mittels der Gleichung $B_v'' = B' + 0.6132 - 0.00452(v + {}^1/_2) + 0.000696(v + {}^1/_2)^2 - 0.0000375(v + {}^1/_2)^3$ und ergeben für B'' den Wert von $1.989\ \mathrm{cm}^{-1}$.

Diese Zahl stimmt mit der Zahl 1.992, welche von Rasetti auf Grund einer Untersuchung der Rotationsstruktur der Banden bei der Kombinationszerstreuung des Lichtes im gasförmigen Stickstoff erhalten wurde, gut überein.

Die Bande λ 1431 Å, die am sorgfältigsten und auf mehreren Platten gemessen wurde (die Abweichungen der einzelnen Linien unterscheiden sich von den berechneten nicht mehr als um 2—3 Tausendstel Å), besteht wesentlich aus einfachen Linien. Nur weit vom Kopfe an ihrem Ende, neben der Grundlinie des Zweiges, kommen die Trabanten zum Vorschein.

Die nächste Bande (b' 17) λ 1471 Å (s. Abb., S. 474) besteht aus deutlich ausgesprochenen Dubletten. Parallel zum Q-Zweige der Grundbande verläuft der Q-Zweig der anderen Bande, wobei die Intensität der Linien dieser beiden Banden sich vollkommen parallel verändert.

In den Banden mit $v < 16$ erscheint die Verdoppelung weit vom Kopfe und je kleiner das v, desto näher zum Kopfe. Die Grösse $B' - B''$ lässt sich für diese zweiten Zweige erhalten.

Die Kurve von $B_1' - B_{1v}''$, die nach mehreren Punkten dieser zweiten Banden als Funktion von v aufgetragen ist, ist der Kurve $B' - B_v''$ des Bandensystems $b' \rightarrow X$ nicht parallel. Das bedeutet, dass die Verdoppelung nicht dem oberen Niveau zugeschrieben werden muss, sondern dem unteren. Nimmt man aber an, dass $B_1' = B'$, d. h., dass das obere Niveau in beiden Fällen das Gleiche ist, so schneiden sich die Kurven $B_v' - B_v''$ und $B_{1v}' - B_{1v}''$, welche in Abhängigkeit von v dargestellt sind, in der Nähe von $v = 16$ (Bande 1431). In diesem Punkt wird B_v'' gleich dem B_{1v}'' und folglich sind auch die Trägheitsmomente in den beiden Zuständen des Moleküls einander gleich.

Im Falle wenn $B_{1v}'' < B_v''$, also wenn $v > 16$ ist, beginnt die Spaltung am Anfang der Bande. Wenn dabei die Trägheitsmomente in beiden Ban-

* B ist mit dem Trägheitsmoment $J = \mu r^2$ durch die Gleichung $B = \frac{h}{8\pi^2 c} J$ verbunden. Mit einem Strich sind in der üblichen Weise die Grössen bezeichnet, welche zum oberen Elektronenniveau des Moleküls gehören, mit zwei Strichen die jenigen, die zum unteren gehören.

den einander gleich sind, so verschwindet dieses zweite Bandensystem fast vollständig und erscheint wieder bei $v < 16$, wo $B_{1v}'' > B_v''$ ist. Im nächsten Aufsatz wird diese Erscheinung ausführlich beschrieben und deren möglicher Zusammenhang mit dem Elektronenniveau b angeführt werden.

Die Linien der Banden des Systems $a \rightarrow X$ sind gewöhnlich breiter als die des Systems $b' \rightarrow X$; die Banden sind weniger entwickelt und überdecken einander oftmals. Hier sind die Ergebnisse der Messungen der am meisten entwickelten und für die Messung bequemsten Bande λ 1612 Å (s. Abb., S. 474) gegeben. Nach der Klassifikation von Birge und Hopfield ist die Bande durch die Quantenzahlen (0.3) bestimmt. Der Unterschied zwischen den Banden des Systems $a \rightarrow X$ und jenen des Systems $b' \rightarrow X$ besteht darin, dass in dem ersten die Zweige P u R bedeutend stärker entwickelt sind als in dem zweiten, obgleich die Intensität des Zweiges Q doch vorherrschend ist; der Intensitätswechsel der Linin im Bandensysteme $a \rightarrow X$ ist viel weniger ausgesprochen, als im System $b' \rightarrow X$.

Daraufhin lässt sich vermuten, dass das obere und untere Niveau entsprechend Δ und Π sind ([3]).

Diese Deutung wird durch die Tatsache bestätigt, dass die Extrapolation des Zweiges Q bis zur ersten auf der Platte erscheinenden Linie am Kopfe besser mit den Messungen übereinstimmt, wenn man für diese Linie $J = 2$ setzt. Auf diese Weise ist es notwendig dem normalen Niveau, welches den beiden Systemen gemein ist, das Symbol Π zuzuschreiben.

Eine solche Klassifikation ist aber mit grossen Schwierigkeiten verbunden, da das Stickstoffmolekül diamagnetisch ist und nach der Theorie von Van-Vleck ([4]) welche für O_2 und NO sich gut bewährt hat, das Symbol Π für das untere Niveau des neutralen Stickstoffmoleküls unmöglich ist. Darum möchte ich die erwähnte Klassifikation der Elektronenniveaus so lange als vorläufig hinstellen, bis alle gemessenen Banden des Systems $a \rightarrow X$ genügend studiert sein werden.

In der Bande $a \rightarrow X$ (0.3) λ 1612 Å sind 26 Linien das Zweiges Q, 12 Linien des Zweiges P und 10 Linien des Zweiges R gemessen worden. Daraus ergeben sich ziemlich sichere Werte für B' und B''. B'' ist $= 1.984$, was mit dem früher gefundenen Wert $B'' = 1.989$ gut übereinstimmt und den Beweis liefert, dass beide Systeme ein und dasselbe untere Niveau haben—das Normalniveau des Moleküls. Für B' wurde der Wert 1.659 erhalten, welcher von den von Appleyard ([5]) erhaltenen Ergebnissen bedeutend abweicht.

Appleyard erhielt auf Grund des Studiums der Banden des Systems $a \rightarrow X$ mit hohen Werten für v' und v'', die sich im Gebiet $\lambda > 2000$ Å befinden, den Wert $B' = 1.5207$.

Staatl. Optisches Institut.
Leningrad.

Eingegangen.
d. 21. I. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] W. Jevons. Report on Band-Spectra of Diatomic Molecules. University Press, Cambridge, 1932. — W. Weizel. Bandenspektren. Hdb. d. Experimentalphysik. Ergänzungswerk. Bd. I, Leipzig, 1931. [2] K. T. Birge and J. J. Hopfield. Phys. Rev., 29, 356, 1927. — Idem. Astrophys. Journal, 68, 257, 1928. [3] W. Weizel. loc. cit. [4] J. H. Van-Vleck. The Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities. Ch. IX and X, Clarendon Press, 1932. [5] E. T. S. Appleyard. Phys. Rev., 41, 255, 1932.

ФИЗИКА

Ю. А. КРУТКОВ.

О ЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ. I.

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 27 II 1934*)

1. Пусть изменение обобщенных координат и скоростей x_r, v_r ($r = 1, 2, \ldots, n$) системы за малое время τ дано выражениями

$$\left.\begin{aligned} \Delta v_r &= \Big(-\sum b_{rs} v_s - \sum c_{rs} x_s + Q_r(t) + F_r\Big)\tau, \\ \Delta x_r &= \Big(v_r + \frac{1}{2} F_r \tau\Big)\tau. \end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

Здесь первый член в правой части первого уравнения — сопротивление, второй член — обобщенная квазиупругая сила, $Q_r(t)$ есть заданная обобщенная сила — функция времени, F_r — „случайная“ сила. Коэффициенты b_{rs} и c_{rs} могут зависить от времени. Так как импульс $F_r\tau$ может быть и конечным, то во втором уравнении пишем в правой части два члена. Назовем нашу задачу, заданную уравнениями [1], линейной задачей.

Пусть $f(v_1, \ldots, v_n, x_1, \ldots, x_n, t)\, dv_1 \ldots dv_n\, dx_1 \ldots dx_n$ вероятность фазы $(v_r, v_r + dv_r; x_r, x_r + dx_r)$ во время t, далее для краткости будем писать $f(v_r x_r, t)\, dv\, dx$. Рассматриваем сперва только „систематические“ (независящие от F_r) члены в [1]. Если назвать соответствующие „систематические“ изменения $\Delta_1 v_r$ и $\Delta_1 x_r$, то, принимая только их во внимание, имеем:

$$f(v_r, x_r, t+\tau) = f(v_r - \Delta_1 v_r, x_r - \Delta_1 x_r, t)\,\nabla - f(v_r, x_r, t); \qquad [2]$$

где ∇ — функциональный определитель

$$\nabla = \frac{\partial(v_r - \Delta_1 v_r, x_r - \Delta_1 x_r)}{\partial(v_r, x_r)}.$$

По замечанию А. Д. Александрова легко элементарно показать, что вплоть до величин порядка τ^2 имеем

$$\nabla = 1 + \tau \sum b_{ss}. \qquad [3]$$

Пусть $\psi(v_1 - v_1', \ldots, v_n - v_n', \tau)\, d(v_1 - v_1') \ldots d(v_n - v_n')$ вероятность того, что скорости за время τ от действия „случайных“ сил претерпят изменения $v_r - v_r'$. Если бы существовали только эти „случайные“ изменения, то мы имели бы:

$$f(v_r, x_r, t+\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int f\Big(v_r', x_r - \frac{1}{2}\frac{v_r - v_r'}{\tau}\tau^2, t\Big)\,\psi(v_r - v_r', \tau)\, dv', \qquad [4]$$

где $dv' = dv_1' \dots dv_n'$. Из [2] и [4] получаем, приняв во внимание [1] и [3]:

$$f(v_r, x_r, t+\tau) = f\Big(v_r + \sum b_{rs} v_s \tau + \\ + \sum c_{rs} x_s \tau - Q_r \tau,\ x_r - v_r \tau,\ t\Big)\Big(1 + \tau \sum b_{ss}\Big) - f(v_r, x_r, t) + \\ + \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int f\Big(v_r',\ x_r - \frac{v_r - v_r'}{2}\tau,\ t\Big)\,\psi(v_r - v_r',\ \tau)\,dv'. \qquad [5]$$

2. Вводим вместо f и ψ преобразованные по Фурье функции Φ и φ (λ_r и μ_r чисто мнимые):

$$\left.\begin{aligned} \Phi(\lambda_r, \mu_r, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int e^{-\Sigma(\lambda_r v_r + \mu_r x_r)} f(v_r, x_r, t)\,dv\,dx, \\ \varphi(\lambda_r, \tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int e^{-\Sigma \lambda_r \eta_r}\,\psi(\eta_r, \tau)\,d\eta. \end{aligned}\right\} \qquad [6]$$

Чтобы получить из [5] функциональное уравнение для Φ, умножаем [5] на $\exp\Big[-\sum\big(\lambda_r v_r + u_r x_r\big)\Big]$ и интегрируем по v_r и x_r от $-\infty$ до $+\infty$. После простых преобразований получаем:

$$\Phi(\lambda_r, \mu_r, t+\tau) = \Phi\Big(\lambda_r + \mu_r \tau - \tau \sum \lambda_s b_{sr}, \mu_r - \tau \sum \lambda_s c_{sr}, t\Big)\, e^{-\tau \Sigma \lambda_s Q_s} - \\ - \Phi(\lambda_r, \mu_r, t) + \Phi(\lambda_r, \mu_r, t)\,\varphi\Big(\lambda_r + \frac{\mu_r \tau}{2}, \tau\Big) \qquad [7]$$

или, разлагая по степеням τ и ограничиваясь линейными членами:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \sum_r \Big(\mu_r - \sum_s \lambda_s b_{sr}\Big)\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_r} - \sum_r \sum_s \lambda_s c_{sr} \frac{\partial \Phi}{\partial \mu_r} - \Phi \sum_s \lambda_s Q_s + \Phi \chi(\lambda_r). \qquad [8]$$

Здесь $\chi(\lambda_r)$ имеет следующее значение:

$$\chi(\lambda_r) = \Big(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}\Big)_{\tau=0} \qquad [9]$$

и кроме того

$$\left.\begin{aligned} \varphi(\lambda_r, 0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int e^{-\Sigma \lambda_r \eta_r}\,\psi(\eta_r, 0)\,d\eta = 1, \\ \Big(\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_r}\Big)_{\tau=0} &= 0; \end{aligned}\right\} \qquad [10]$$

[10] непосредственно следует из сингулярности ψ для $\tau = 0$: для $\tau = 0$ ψ равно нулю для всех значений η_r и бесконечно для $\eta_r = 0$ ($r = 1, 2, \dots, n$), но так, что сохраняется условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int \psi\,d\eta = 1.$$

Таким образом, задача сведена к решению [8]. Если Φ найдено, то f получается обращением [6]

$$f(v_r, x_r, t) = \frac{1}{(2\pi i)^{2n}} \int \dots \int e^{\sum(\lambda_r v_r + \mu_r x_r)} \Phi(\lambda_r, \mu_r, t)\, d\lambda\, d\mu, \qquad [11]$$

где $d\lambda = d\lambda_1 \dots d\lambda_n$, $d\mu = d\mu_1 \dots d\mu_n$ и интегрируется по всем переменным от $-i\infty$ до $+i\infty$. Полагая $z = \log \Phi$, имеем вместо [8]:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \sum_{r,s} (\lambda_s b_{sr} - \mu_r) \frac{\partial z}{\partial \lambda_r} + \sum_{s,r} \lambda_s c_{sr} \frac{\partial z}{\partial \mu_r} = \chi(\lambda_r) - \sum_r \lambda_r Q_r. \qquad [12]$$

Итак задача сведена к интегрированию системы

$$\frac{d\lambda_r}{dt} = \sum_s b_{sr} \lambda_s - \mu_r, \quad \frac{d\mu_r}{dt} = \sum_s c_{sr} \lambda_s \qquad [13]$$

и

$$\frac{dz}{dt} = \chi(\lambda_r) - \sum_s \lambda_s Q_s. \qquad [13']$$

Если λ_r, μ_r найдены из [13] как функции времени, то z из [13'] определится простой квадратурой. Если разрешить уравнения для λ_r, μ_r относительно $2n$ постоянных A_s, которые они содержат, то решение [12] напишется так:

$$z = \log \Phi = \int \left[\chi(\lambda_r) - \sum_s \lambda_s Q_s \right] dt + F(A_1, \dots, A_{2n}), \qquad [14]$$

где F произвольная функция своих аргументов. Удобно выбрать нижний предел в интеграле справа так, чтобы для $t = 0$ интеграл исчезал, т. е. нуль.

Произвольная функция F в [14] позволяет получить решение для произвольной начальной функции распределения $f(v_r, x_r, 0)$.

3. Как простейший пример рассмотрим линейный вибратор ($n = 1$) и положим $Q(t) = De^{ikt}$. [13] здесь принимает вид

$$\frac{d\lambda}{dt} = 2h\lambda - \mu, \quad \frac{d\mu}{dt} = n^2 \lambda.$$

Для постоянных A_1, A_2 — назовем их A и B — легко получаем:

$$A = \frac{\lambda(h+\alpha) - \mu}{2\alpha} e^{-(h+\alpha)t}, \quad B = -\frac{\lambda(h-\alpha) - \mu}{2\alpha} e^{-(h-\alpha)t},$$

где $\alpha = \sqrt{h^2 - n^2}$. Чтобы вычислить [13'], полагаем *

$$\chi(\lambda) = \frac{k}{a} \lambda^2$$

и получаем после простых выкладок:

$$z = \Omega + F\left[\frac{\lambda(h+\alpha) - \mu}{2\alpha} e^{-(h+\alpha)t}, \quad -\frac{\lambda(h-\alpha) - \mu}{2\alpha} e^{-(h-\alpha)t} \right],$$

* Phys. Z. d. Sowietunion (печатается)

где

$$\Omega = \frac{h}{a}\left\{\frac{[\lambda(h+\alpha)-\mu]^2}{4\alpha^2\cdot 2(h+\alpha)}(1-e^{-2(h+\alpha)t}) + \frac{[\lambda(h-\alpha)-\mu]^2}{4\alpha^2\cdot 2(h-\alpha)}(1-e^{-2(h-\alpha)t}) - \right.$$

$$- \frac{2[\lambda(h+\alpha)-\mu)][\lambda(h-\alpha)-\mu]}{4\alpha^2\cdot 2h}(1-e^{-2ht}) - D\frac{\lambda(h+\alpha)-\mu}{2\alpha(h+\alpha+ik)}(e^{ikt}-e^{-(h+\alpha)t}) +$$

$$\left. + D\frac{\lambda(h-\alpha)-\mu}{2\alpha(h-\alpha+ik)}(e^{ikt}-e^{-(h-\alpha)t})\right\}.$$

Для больших t (строго говоря для $t\to\infty$) получаем предельное распределение

$$f(v, x) = \frac{na}{\pi}e^{-a[(v-v_1)^2+h^2(x-x_1)^2]},$$

где

$$x_1 = \frac{De^{ikt}}{h^2-k^2+2ihk}, \quad v_1 = \frac{Dike^{ikt}}{h^2-k^2+2ihk} = \dot{x}_1,$$

т. е. распределение Максвелла-Больтцманна для избытков x и v над их значениями при вынужденном силой De^{ikt} движении. Подробное рассмотрение этого примера будет дано в другом месте.

Физический научно-исследовательский институт
Ленинградского университета

Поступило
8 II 1934.

PHYSIK

ÜBER DIE LINEAREN PROBLEME DER THEORIE DER BROWNSCHEN BEWEGUNG. I

Von G. KRUTKOW

(*Vorgelegt von S. Wawilow, Mitglied der Akademie, d. 27. II 1934*).

1. Die Veränderung der generalisierten Koordinaten und Geschwindigkeiten x_r, v_r $(r=1,2,\ldots,n)$ des Systems während der kleinen Zeit τ sei gegeben durch

$$\left.\begin{aligned}\Delta v_r &= \Big(-\sum b_{rs}v_s - \sum c_{rs}x_s + Q_r(t) + F_r\Big)\tau,\\ \Delta x_r &= \Big(v_r + \frac{1}{2}F_r\tau\Big)\tau.\end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

Hier ist das erste Glied rechts in der ersten Gleichung der Widerstand, das zweite Glied — eine generalisierte quasielastische Kraft, $Q_r(t)$ ist eine vorgegebene generalisierte Kraft—Funktion der Zeit, F_r die „zufällige" Kraft. Die Koeffizienten b_{rs} und c_{rs} dürfen Funktionen der Zeit sein. Da der Impuls $F_r\tau$ auch endlich sein kann, lassen wir in der zweiten Gleichung für die Verrückung beide Glieder rechts stehen. Das durch [1] gegebene Problem soll das lineare Problem heissen.

Es sei $f(v_1,\ldots,v_n,x_1,\ldots,x_n,t)\,dx_1\ldots dx_n dv_1\ldots dv_n$ die Wahrscheinlichkeit der Phase $(v_r, v_r+dv_r;\ x_r, x_r+dx_r)$ zur Zeit t, wofür wir kürzer $f(v_r, x_r, t)\,dxdv$ schreiben wollen. Wir betrachten zunächst nur die „systematischen" (von F_r freien) Glieder in [1]. Bezeichnet man die entspre-

chenden „systematischen“ Veränderungen durch $\Delta_1 v_r$ und $\Delta_1 x_r$, so hat man, wenn man dieselben allein in Betracht zieht,

$$f(v_r, x_r, t+\tau) = f(v_r - \Delta_1 v_r, x_r - \Delta_1 x_r, t)\, \nabla - f(v_r, x_r, t), \qquad [2]$$

wo ∇ die Funktionaldeterminante

$$\nabla = \frac{\partial (v_r - \Delta_1 v_r, x_r - \Delta_1 x_r)}{\partial (v_r, x_r)}$$

bedeutet. Nun lässt sich nach einer Bemerkung von A. Alexandrov leicht elementar zeigen, dass bis auf Grössen der Ordnung τ^2

$$\nabla = 1 + \tau \sum b_{ss} \qquad [3]$$

ist.

Es sei $\psi(v_1 - v_1', \ldots, v_n - v_n', \tau)\, d(v_1 - v_1') \ldots d(v_n - v_n')$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Geschwindigkeiten in der Zeitspanne τ durch Wirkung der „zufälligen“ Kräfte die Veränderungen $v_r - v_r'$ erleiden. Wären nur diese „zufälligen“ Veränderungen vorhanden, so hätte man

$$f(v_r, x_r, t+\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int f\left(v_r', x_r - \frac{1}{2}\frac{v_r - v_r'}{\tau}\tau^2, t\right) \psi(v_r - v_r', \tau)\, dv', \qquad [4]$$

wo dv' für $dv_1' \ldots dv_n'$ steht. [2] und [4] zusammen geben, wenn man [1] und [3] berücksichtigt:

$$f(v_r, x_r, t+\tau) = f\left(v_r + \sum b_{rs} v_s \tau + \cdot\right.$$
$$\left. + \sum c_{rs} x_s \tau - Q_r \tau, x_2 - v_r \tau, t\right)\left(1 + \tau \sum b_{ss}\right) - f(v_r, x_r, t) +$$
$$+ \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int f\left(v_r', x_r - \frac{v_r - v_r'}{2}\tau, t\right) \psi(v_r - v_r', \tau)\, dv'. \qquad [5]$$

2. Statt f und ψ führen wir die Fourierschen Transformierten Φ und φ ein (λ_r und μ_r sind rein imaginär):

$$\left.\begin{aligned} \Phi(\lambda_r, \mu_r, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int e^{-\Sigma(\lambda_r v_r + \mu_r x_r)} f(v_r, x_r, t)\, dv dx, \\ \varphi(\lambda_r, \tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int e^{-\Sigma \lambda_r \eta_r} \psi(\eta_r, \tau)\, d\eta. \end{aligned}\right\} \qquad [6]$$

Um aus [5] eine Funktionalgleichung für Φ zu erhalten multiplizieren wir [5] beiderseits mit $\exp\left[-\sum(\lambda_r v_r + \mu_r x_r)\right]$ und integrieren nach den v_r und x_r von $-\infty$ bis $+\infty$. Nach einfacher Rechnung erhält man:

$$\Phi(\lambda_r, \mu_r, t+\tau) =$$
$$= \Phi\left(\lambda_r + \mu_r t + \tau \sum \lambda_s b_{sr},\ \mu_r - \tau \sum \lambda_s c_{sr},\ t\right) e^{-\tau \Sigma \lambda_s Q_s} - \Phi(\lambda_r, \mu_r, t) +$$
$$+ \Phi(\lambda_r, \mu_r, t)\, \varphi\left(\lambda_r + \frac{\mu_r \tau}{2}, \tau\right) \qquad [7]$$

oder, wenn man nach τ entwickelt und nur die in τ linearen Glieder beibehält

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \sum_r \left(\mu_r - \sum_s \lambda_s b_{sr} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_r} - \sum_r \sum_s \lambda_s c_{sr} \frac{\partial \Phi}{\partial \mu_r} - \Phi \sum_s \lambda_s Q_s + \Phi \chi(\lambda_r). \qquad [8]$$

Hier hat $\chi(\lambda_r)$ die Bedeutung

$$\chi(\lambda_r) = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \right)_{\tau=0}, \qquad [9]$$

und es ist

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\lambda_r, 0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int e^{-\sum \lambda_r \eta_r} \psi(\eta_r, 0)\, d\eta = 1, \\ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda_r} \right)_{\tau=0} &= 0, \end{aligned} \right\} \qquad [10]$$

beides folgt aus dem singulären Verhalten von ψ für $\tau = 0$: ψ ist für $\tau = 0$ für alle Werte der η_r gleich Null und wird unendlich für $\eta_r = 0$ ($r = 1, 2, \dots, n$) unter Wahrung der Gleichung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int \psi d\eta = 1.$$

Somit ist die Aufgabe auf die Lösung von [8] zurückgeführt. Hat man Φ gefunden, so wird f durch Umkehrung von [6] erhalten:

$$f(v_r, x_r, t) = \frac{1}{(2\pi i)^{2n}} \int \dots \int e^{\Sigma (\lambda_r v_r + \mu_r x_r)} \Phi(\lambda_r, \mu_r, t)\, d\lambda d\mu, \qquad [11]$$

wo $d\lambda$ und $d\mu$ statt $d\lambda_1 \dots d\lambda_n$ und $d\mu_1 \dots d\mu_n$ steht und die Integration nach allen Variabeln von $-i\infty$ bis $+i\infty$ läuft. Setzen wir $z = \log \Phi$, so hat man statt [8]:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \sum_{r,s} (\lambda_s b_{sr} - \mu_r) \frac{\partial z}{\partial \lambda_r} + \sum_{r,s} \lambda_s c_{sr} \frac{\partial z}{\partial \mu_r} = \chi(\lambda_r) - \sum_r \lambda_r Q_r. \qquad [12]$$

Es ist also die Aufgabe zurückgeführt auf die Integration des Systems

$$\frac{d\lambda_r}{dt} = \sum_s b_{sr} \lambda_s - \mu_r, \quad \frac{d\mu_r}{dt} = \sum_s c_{sr} \lambda_s \qquad [13]$$

und

$$\frac{dz}{dt} = \chi(\lambda_r) - \sum_s \lambda_s Q_r. \qquad [13']$$

Hat man die λ_r, μ_r als Funktionen der Zeit aus [13] gefunden, so bestimmt sich z aus [13'] durch eine Quadratur. Löst man die Gleichungen für λ_r, μ_r nach den $2n$ Konstanten A_s, die sie enthalten, auf, so lautet die Lösung von [12]:

$$z = \log \Phi = \int \left[\chi(\lambda_r) - \sum_s \lambda_s Q_s \right] dt + F(A_1, \dots, A_{2n}), \qquad [14]$$

wo F eine willkürliche Funktion ihrer Argumente bedeutet. Es ist bequem die untere Grenze des Integrals in [14] so zu wählen, dass es für $t=0$ verschwindet, also 0.

Die Anwesenheit der Funktion F in [14] gestattet die Lösung an einen beliebigen Anfangswert $f(v_r, x_r, 0)$ der Verteilungsfunktion anzupassen.

3. Als einfachstes Beispiel betrachten wir den linearen Vibrator und setzen $Q(t) = De^{ikt}$. [13] nimmt hier die Form

$$\frac{d\lambda}{dt} = 2h\lambda - \mu, \quad \frac{d\mu}{dt} = n^2\lambda$$

an. Für die zwei Konstanten A_1, A_2 — wir wollen sie A und B nennen — erhält man leicht

$$A = \frac{\lambda(h+\alpha)-\mu}{2\alpha} e^{-(h+\alpha)t}, \qquad B = -\frac{\lambda(h-\alpha)-\mu}{2\alpha} e^{-(h-\alpha)t},$$

wo $\alpha = \sqrt{h^2-n^2}$ gesetzt ist. Um [13′] auszuwerten machen wir den Ansatz *

$$\chi(\lambda) = \frac{h}{a}\lambda^2$$

und erhalten dann nach einfachen Rechnungen

$$z = \Omega + F\left[\frac{\lambda(h+\alpha)-\mu}{2\alpha} e^{-(h+\alpha)t}, \quad -\frac{\lambda(h-\alpha)-\mu}{2\alpha} e^{-(h-\alpha)t}\right]$$

mit

$$\Omega = \frac{h}{a}\left\{\frac{[\lambda(h+\alpha)-\mu]^2}{4\alpha^2\cdot 2(h+\alpha)}\left(1-e^{-2(h+\alpha)t}\right)+\right.$$

$$+\frac{[\lambda(h-\alpha)-\mu]^2}{4\alpha^2\cdot 2(h-\alpha)}\left(1-e^{-2(h-\alpha)t}\right)-\frac{2[\lambda(h+\alpha)-\mu][\lambda(h-\alpha)-\mu]}{4\alpha^2\cdot 2h}\left(1-e^{-2ht}\right)-$$

$$\left.-D\frac{\lambda(h+\alpha)-\mu}{2\alpha(h+\alpha+ik)}\left(e^{ikt}-e^{-(h+\alpha)t}\right)+D\frac{\lambda(h-\alpha)-\mu}{2\alpha(h-\alpha+ik)}\left(e^{ikt}-e^{-(h-\alpha)t}\right)\right.\cdot$$

Für grosse t (streng genommen für $t\to\infty$) wird die Grenzverteilung

$$f(v, x) = \frac{n\alpha}{\pi} e^{-a[(v-v_1)^2+n^2(x-x_1)^2]},$$

mit

$$x_1 = \frac{De^{ikt}}{n^2-k^2+2ihk}, \qquad v_1 = \frac{Dike^{ikt}}{n^2-k^2+2ihk} = \dot{x}_1$$

erhalten, d. h. die Maxwell-Boltzmannsche Verteilung für die Überschüsse von x und v gegen ihre Werte für die durch die Kraft De^{ikt} erzwungene Bewegung. Eine ausführliche Behandlung dieses Beispiels soll an andrer Stelle gegeben werden.

Physikalisches Forschungsinstitut
der Universität. Leningrad.

Eingegangen
d. 8. II. 1934

* S. phys. Z. d. Sowietunion (im Erscheinen).

ФИЗИКА

И. КУРЧАТОВ, Г. ЩЕПКИН, А. ВИБЕ и В. БЕРНАШЕВСКИЙ

γ-ЛУЧИ ПРИ БОМБАРДИРОВКЕ БОРА ПРОТОНАМИ

(*Представлено академиком А. Ф. Иоффе 2 III 1934*).

Распад ядра бора при бомбардировке протонами впервые был обнаружен Кокрофтом и Уолтоном (1), установившим поток α-частиц при такой бомбардировке. Позднее вопрос изучался многими исследователями и разными методами (2), в результате чего механизм распада ядра бора в основных чертах сейчас установлен. Существенным обстоятельством этого распада является наличие сплошного спектра α-частиц, впервые определенного Кирхнером из измерений длин пробега α-частиц в камере Вильсона. Большинство α-частиц имело по Кирхнеру пробег в 2.2—2.3 см, что соответствует энергии в $3.4—3.7 \cdot 10^6$ eV, максимальная энергия частиц оказалась равной $5.6 \cdot 10^6$ eV. Исходя из этих данных, Кирхнер предположил, что распад бора идет по следующей формуле: $B_{11} + H_1 = He_4 + He_4 + He_4 + W$, где W — энергия, выделяющаяся при реакции. Если воспользоваться последними данными Бенбриджа (3) для атомного веса бора, то можно видеть, что написанное уравнение ведет к уменьшению общей массы вступающих в реакцию компонент, что должно приводить к выделению энергии в $11.2 \cdot 10^6$ eV. Согласие опытных данных Кирхнера с этой схемой получается удовлетворительным. В самом деле, для большинства частиц на опыте была получена энергия в $3.7 \cdot 10^6$ eV; если считать, что все три α-частицы имеют одинаковую энергию и разлетаются друг относительно друга под углом в 120° (что наблюдалось в камере Вильсона, правда, еще в не совсем чистой форме), то общая энергия как раз и будет соответствовать $11 \cdot 10^6$ eV. Что касается более быстрых частиц, то они по Кирхнеру получаются в том случае, когда энергия распада приходится лишь на две α-частицы, и в этом случае общая энергия при распаде будет $5.6 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 2 = 11.2 \cdot 10^6$ eV.

Последующие работы Резерфорда и Олифанта не подтвердили, однако, сделанных Кирхнером заключений. Спектр скоростей α-частиц при дезинтеграции бора и здесь оказался сплошным, но максимум в распределении α-частиц по энергиям пришелся не на $3.7 \cdot 10^6$ eV, а на $2.98 \cdot 10^6$ eV, что сразу приводит к нарушению энергетического баланса реакции. По Резерфорду и Олифанту распад бора также идет по вышеприведенному уравнению и также, как и раньше, максимум числа без интеграций отвечает тому случаю, когда все три α-частицы имеют одинаковую энергию. Таким образом, общее количество выделенной энергии будет $2.98 \cdot 10^6 \text{eV} \cdot 3 = \sim 9 \cdot 10^6$ eV.

К тому же значению Резерфорд и Олифант приходят, проводя расчет по скоростям конца спектра α-частиц. Наиболее быстрые частицы в их опытах имели энергию в $5.96 \cdot 10^6$ eV. Они получаются по их схеме в том случае, когда две α-частицы движутся в одном направлении, а третья в противоположном, компенсируя количество движения первых двух. Третья быстрая частица $^2/_3$ всей энергии, она будет равна, стало быть, тем же $9 \cdot 10^6$ eV.

Таким образом, на опыте получается не вся энергия распада, и можно было предполагать, что она выделяется в виде γ-лучей с энергией в $2 \cdot 10^6$ eV.

В данном сообщении приводятся результаты опытов, в которых мы пытались обнаружить это излучение.

Исследования производились на многосекционной трубке, снабженной потенциометром.* Пучек ионов водорода получался из разрядной трубки с просверленным катодом. Питание трубки велось от высоковольтной установки на 500 kV, собранной по схеме Кокрофта. Напряжение в опытах менялось от 180 до 300 kV, ток на мишень от 6 до 10 μA (мишень помещалась в магнитном поле порядка 400 гауссов для отсеивания вторичных электронов). На расстоянии в 7 см от мишени в свинцовой защите располагался счетчик Гейгер-Мюллера, отсчет отбросов в котором производился на струнном электрометре. В опытах производился контроль работы счетчика измерениями числа отбросов от препарата радия, располагавшегося каждый раз на определенном расстоянии от счетчика.

В первых опытах в качестве мишени ставилась латунь для того, чтобы определить необходимую для отсеивания рентгеновых лучей толщину фильтра. Это достигалось свинцовым слоем толщиной в 0.3 см. Когда в качестве мишени располагался бор, в счетчике при фильтре в 1 см свинца наблюдалось при токе в 6 μA и напряжении в 170 kV около 50 отбросов в минуту (число самопроизвольных отбросов равно в наших условиях в то же время 15). Телесный угол в нашем случае был около 0.2. Отдельными опытами с γ-лучами от препарата радия было установлено, что в счетчике получается один отброс на каждые 60 квантов с энергией порядка $2 \cdot 10^6$ eV. Таким образом, число всех дезинтеграций в указанных условиях опыта было около $3 \cdot 10^3$ в секунду. Если воспользоваться данными Резерфорда и Олифанта, экстроаполируя их, то для наших условий мы получаем для числа дезинтеграций в секунду значение в $\sim 5 \cdot 10^3$. Таким образом, можно думать, что каждый акт распада сопровождается излучением одного γ-кванта. Некоторое расхождение обусловлено главным образом тем обстоятельством, что в состав пучка кроме протонов входили в наших опытах и молекулярные ионы водорода.

Мы произвели грубую оценку длины волны γ-лучей, фильтруя их через свинец. Измерения показали, что излучение монохроматично и что его коэффициент поглощения близок к значению в 0.5 см$^{-1}$, что соответствует энергии кванта приблизительно в $2 \cdot 10^6$ eV.

Мы надеемся в ближайшее время произвести более точное определение коэффициента поглощения.

Физико-технический институт.
Ленинград.

Поступило
2 III 1934.

---

* Этого типа трубка была сконструирована К. Синельниковым и А. Вальтером (Харьков, УФТИ) в совместной работе с двумя из нас и в скором времени будет подробно описана.

PHYSICS

γ-RAYS ON BOMBARDMENT OF BORON WITH PROTONS

By I. KURČATOV, G. ŠČEPKIN, A. VIBE, and V. BERNAŠEVSKIJ

(*Communicated by A. Ioffe, Member of the Academy, 2. III. 1934*)

The disintegration of the nucleus of boron on bombardment with protons was first detected by Cockcroft and Walton (1) who established a stream of α-particles on such a bombardment. Subsequently the problem was studied by many investigators and by means of various methods (2), in consequence of which the mechanism of the disintegration of the nucleus of boron is now settled in its general outlines. The essential circumstance of this disintegration is the existence of a continuous spectrum of α-particles first determined by Kirchner from the measurements of the lengths of the tracks of α-particles in the Wilson chamber. The majority of α-particles had, according to Kirchner, tracks of the length of 2.2 to 2.3 cm, which corresponds to an energy of 3.4 to $3.7 \cdot 10^6$ eV, whereas the maximum energy of the particles came out to be $5.6 \cdot 10^6$ eV. On the basis of these data Kirchner assumed that the disintegration of boron follows the formula: $B_{11} + H_1 = He_4 + He_4 + He_4 + W$, where W is the energy set free on the reaction. If we make use of the last data of Bainbridge (3) for the atomic weight of boron, we can see that the equation given above leads to a decrease of the common mass of the components participating in the reaction, which should give an energy of $11.2 \cdot 10^6$ eV. The agreement of the experimental data of Kirchner with this scheme is satisfactory. In fact, for the majority of particles the energy of $3.7 \cdot 10^6$ eV was obtained in the experiment; if we assume that all three α-particles have the same energy and are separated from each other at an angle of 120° (which was observed in the Wilson chamber, although not yet in a very pure form), then the whole energy will just correspond to $11 \cdot 10^6$ eV. As far as faster particles are concerned, they are obtained according to Kirchner in the case when the disintegration energy is only que to two α-particles; in this case the whole disintegration energy will be $5.6 \cdot 10^6 \text{eV} \cdot 2 = 11.2 \cdot 10^6$ eV.

The subsequent publications of Rutherford and Oliphant did not confirm, however, the conclusions made by Kirchner. The spectrum of velocities of the α-particles at the disintegration of boron appeared here also to be continuous, but the maximum of the energy distribution of α-particles lay not at $3.7 \cdot 10^6$ eV, but at $2.98 \cdot 10^6$ eV. which fact at once leads to a disturbance of the energy equilibrium of the reaction. According to Rutherford and Oliphant the disintegration of boron proceeds also according to the above cited equation and just as formerly the maximum of the number of disintegrations corresponds to the case when all the three α-particles have the same energy. Thus, the whole amount of the energy set free will be $2.98 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 3 = \sim 9 \cdot 10^6$ eV. Rutherford and Oliphant obtain just the same value by calculating the velocities of the end of the spectrum of α-particles. The fastest particles in their experiments had the energy of $5.96 \cdot 10^6$ eV. They are obtained according, to their scheme in the case when two α-particles are moving in one direction and the third in the opposite direction, thus compensating the impulses of the two first. The third fast particle carries $^2/_3$ of the whole energy, being equal to the same $9 \cdot 10^6$ eV.

Thus not the whole disintegration energy is obtained in the experiment, and hence we can assume that it is emitted in the form of γ-rays with an energy of about $2 \cdot 10^6$ eV.

In the present paper are given the results of experiments in which we attempted to detect this radiation.

The investigations were carried out on a discharge tube with many sections fed by a potentiometer.* The beam of hydrogen ions was obtained from a discharge tube with a perforated cathode. The feeding of the tube was effected by a high voltaic apparatus for 500 kV arranged according to the scheme of Cockcroft. The potential varied from 180 to 300 kV, the current on the target from 6 to 10 μA (the target was placed in a magnetic field of about 400 gausses for the purpose of removing the secondary electrons). At a distance of 7 cm from the target there was placed in a lead guard the Geiger-Müller counter, whose readings were recorded by means of a string electrometer. The control of the working of the counter was effected by measuring the number of deflexions under the influence of radium placed every time at a definite distance from the counter.

In the first experiments a brass target was employed, in order to determine the thickness of the filter required for sifting the X-rays. This was effected by means of a lead film 0.30 cm thick. In the case of a boron target there were observed 50 deflexions per minute with a filter of 1 cm lead and at a current of 6 μA and potential of 170 kV (at the same time the number of arbitrary deflexions was under our conditions 15). The space angle was in our case about 0.2. By separate experiments with γ-rays of radium it has been established that one deflexion of the counter corresponds to 60 quanta with an energy of the order of $2 \cdot 10^6$ eV. Thus the number of all disintegrations under the conditions shown was about $3 \cdot 10^3$ per. second. If we extrapolate the data of Rutherford and Oliphant, we get for our conditions for the number of disintegrations per second the value of $\sim 5 \cdot 10^3$. Hence, one can believe that every disintegration act is accompanied by the emission of one γ-quantum. Some discrepancy is caused by the fact that in our experiments there were contained in the beam, besides protons, also molecular ions of hydrogen.

We have estimated roughly the wave length of the γ-rays by filtering them through lead. The measurements have shown that the radiation is monochromatic and its absorption coefficient is close upon 0.5 cm^{-1}, which corresponds to a quantum energy of $2 \cdot 10^6$ eV.

We hope to carry out more accurate determinations of the absorption coeffiicient shortly.

Physico-Technical Institute.
Leningrad.

Received
2. III. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] Cockcroft and Walton. Proc. Roy. Soc., vol. 137, 229, 1932. [2] Cockcroft and Walton. Nature, 131, 23, 1933. — White and Lawrence. Phys. Rev., 43, 304. — Döpel. Z. f. Phys., 81, 821, 1933. — Kirchner. Naturwissenschaften, 21, 473. 1933. — Rutherford and Oliphant. Proc. Roy. Soc., 141, 259, 1933. — Dee and Walton. Proc. Roy. Soc., 141, 733, 1933. — Kirchner und Neuert. Phys. Z., 34, 897, 1933. [3] Bainbridge. Phys. Rev., 63, 424, 1933.

* Such a tube has been constructed by K. Sinelnikov and A. Walter (Charkov, UPhTI) in collaboration with two of us and will be described in detail before long.

А. И. БРОДСКИЙ и Ф. И. ТРАХТЕНБЕРГ

О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ ДЕБАЯ И ГЮККЕЛЯ К НЕВОДНЫМ РАСТВОРАМ

(*Представлено академиком Н. Н. Семеновым 15 II 1934*)

Применимость теории Дебая и Хюккеля и выводов из нее к растворам сильных электролитов в растворителях с малой диэлектрической постоянной вызывает некоторые сомнения, особенно для электропроводностей. Прямой и наиболее точный путь для ее проверки дают измерения коэффициентов активности, но в указанных растворителях они ни разу не измерялись в том интервале концентраций, где действие ионной атмосферы не осложнено наложением других эффектов. Для восполнения этого пробела, нами были измерены коэффициенты активности типичного сильного электролита — хлористого лития — в изоамиловом спирте методом распределения. Попутно можно было получить данные о характере распределения этого электролита между спиртом и водой.

Чистота хлористого лития была испытана аналитически и спектроскопически. Изоамиловый спирт многократно фракционировался; была применена фракция, кипящая между 129 и 131° без остатка с постоянным показателем преломления, которая давала вполне воспроизводимые результаты. При менее тщательном фракционировании, получались для распределения переменные данные, в зависимости от фракций.

Распределение между водой и спиртом производилось длительным взбалтыванием водного раствора со спиртом в термостате при 25.0°. После отстаивания отбирались пробы пипеткой, взвешивались и титровались азотнокислым серебром электрометрическим путем со вспомогательным $Hg\text{-}HgSO_4\text{-}K_2SO_4$-электродом ([1]). Точность титрования составляла 10^{-3} моля Cl^- в литре раствора, что отвечает возможной ошибке в коэффициенте распределения порядка 1—2%. Спиртовый слой титровался этим же способом в присутствии слоя воды, который по мере титрования экстрагирует из спиртового слоя весь хлористый литий. Распределение изучалось в пределах концентраций от 8.65 до 0.15 молей на 1000 г в водном слое, что отвечает концентрациям от 1.74 до 0.0006 молей на 1000 г в спиртовом слое.

Расчет коэффициентов активности хлористого лития в спиртовом растворе велся следующим путем. Если через a обозначить активности, через c концентрации и через f коэффициенты активности электролита в водном ([1]) и спиртовом ([2]) слоях, то:

$$\log \frac{a_1^n}{a_2} = \log \frac{c_1^n}{c_2} + \log \frac{f_1^n}{f_2} = \log K,$$

где K — истинный коэффициент распределения и n — отношение молекулярных весов распределяемого вещества в обоих слоях. Для определения значения показателя n, можно воспользоваться данными распределения для малых концентраций, когда приближенно $a = c$. Подставляя предельное K (см. ниже), получаем для первых пяти точек величины n, равные 1.12, 1.10, 1.05, 1.03 и 1.00 (в порядке убывающих концентраций), то есть в пределе: $n = 1$. Такой же результат получил и Кавanаг ([2]) на основании своих измерений. Таким образом, в изоамиловом спирте в равновесии с водным слоем находятся лишь свободные ионы, так как

в воде хлористый литий диссоциирован нацело, что принимают даже противники теории полной диссоциации сильных электролитов ([3]). Величина коэффициента распределения K получена была экстраполяцией: вышеприведенная зависимость может быть переписана следующим образом:

$$\log\frac{c_1}{c_2}+\log f_1=\log K+\log f_2.$$

Нанося левую часть в функции от $\sqrt{c_1}$, мы получаем прямую линию которая лишь при $c_1\geqslant 2$ несколько искривляется. Экстраполяция ее до $c_1=0$ дает звачение K, так как в этом предельном случае $f_2=1$. В качестве концентраций мы брали молярные доли, как этого требует термодинамика. При больших концентрациях они несколько расходятся с концентрациями, выраженными в молях на 1000 г растворителя. Было получено: $\log K=2.430$ с точностью до нескольких единиц последнего десятичного знака. Подставляя это K, опытные концентрации и коэффициенты активности LiCl в водном слое, взятые из литературных данных ([4]), нами были получены $\log f_2$ для коэффициентов активности LiCl в изоамиловом спирте. Вычисление смогло быть сделано лишь для первых десяти точек (до $c_1=3.96$), так как в более концентрированных растворах величины f_1 достоверно неизвестны. Кривая для f_2 хорошо удовлетворяет формуле Хюккеля:

$$\log f=-\frac{A\sqrt{c}}{1+B\sqrt{c}}+Dc$$

при $A=5.48$, $B=4.61$ и $D=2.20$, если концентрации выражены в молях на 1000 г спирта. Согласно теории Дебая и Хюккеля:

$$A=18.18\cdot 10^5(DT)^{-\frac{3}{2}},$$

если концентрация выражена в молях на литр. Принимая, согласно измерениям И. А. Каблукова и Малышевой ([5]), плотность изоамилового спирта, насыщенного водой при 25°, равной 0.8242, находим для его диэлектрической постоянной величину 15.1 и для радиуса ионов (среднего) около 6 Å. Диэлектрическая постоянная изоамилового спирта, насыщенного водой, не измерялась, но по правилу аддитивности, принимая ее для чистого спирта равной 15.6 ([6]) и считая растворимость воды в нем равной 10% ([5]), она должна быть около 21—22, то есть в примечательном согласии с той величиной, которая вычисляется из наших опытных точек, применяя теорию Debye и Hückel'я.

Распределение LiCl между водой и изоамиловым спиртом изучали до нас Дхар и Датто ([7]) при 30° между $c_1=3.25$—0.65 и Кавапаг ([2]) между $c_1=0.2$—0.05 при 25°. Данные обоих приблизительно отвечают нашим, но лежат несколько ниже, что мы приписываем различию в содержании изомеров в спирте. Специальными опытами мы установили, что между 25 и 35° заметного изменения коэффициента распределения не происходит.

Результатом нашей работы является подтверждение гипотезы полной диссоциации сильных электролитов и применимость к ним количественных выводов из теории Дебая и Хюккеля для рассматриваемого случая.

Украинский институт физической химии.
Днепропетровск.

Поступило
15 II 1934.

PHYSIKALISCHE CHEMIE

ÜBER DIE ANWENDBARKEIT DER THEORIE VON DEBYE UND HÜCKEL AUF NICHTWÄSSERIGE LÖSUNGEN

Von A. BRODSKIJ und F. TRACHTENBERG

(*Vorgelegt von N. Semenov, Mitglied der Akademie, d. 15. II. 1934*)

Die Anwendbarkeit der Elektrolyttheorie von Debye und Hückel auf die starken Elektrolyte in Lösungsmitteln mit kleinen Dielektrizitätskonstanten gibt zu Bedenken Anlass, insbesondere für die Berechnung der Leitfähigkeiten. Messungen der Aktivitätskoeffizienten bieten den genauesten und direktesten Weg zur Prüfung dieser Theorie, sie wurden aber niemals in den erwähnten Lösungsmitteln innerhalb des Konzentrationsbereiches, wo die Wirkung der Ionenatmosphäre allein hervortritt, durchgeführt. Um diese Lücke auszufüllen, haben wir die Aktivitätskoeffizienten eines typischen starken Elektrolyten — des Lithiumchlorids — in einem Lösungsmittel mit verhältnismässig niedriger Dielektrizitätskonstante — Isoamylalkohol — gemessen. Dazu benutzten wir die Verteilung des Salzes zwischen Wasser und Alkohol.

Die Reinheit des LiCl wurde spektroskopisch geprüft. Der Isoamylalkohol wurde mehrmalig fraktioniert; die Fraktion, welche konstant zwischen 129 und 131° ihren Siedepunkt hatte und refraktometrisch eine konstante Zusammensetzung erwies, lieferte völlig reproduzierbare Ergebnisse. Eine mangelhafte Fraktionierung, wie sie in den vorläufigen Messungenzur Anwendung kam, ergab schwankende Verteilung skoeffizienten, was auf variablen Gehalt an Isomeren zurückzuführen ist.

Die wässerige Lösung von Lithiumchlorid wurde im Thermostat dauernd mit Alkohol bei 25.0° geschüttelt. Nach Absetzen wurden den beiden Schichten Proben nach Gewicht entnommen und potentiometrisch mit Silbernitrat titriert (1). Die Titration im Alkohol geschah durch schütteln mit Wasser, dessen Schicht während der Titration alles Salz extrahierte. Die Genauigkeit der Bestimmung betrug ca. 10^{-3} Mol/Lit. Cl^- was einer Genauigkeit in der Verteilung von 1—2% entsprach. Die Konzentrationsbereiche, in welchen die Verteilung studiert wurde, waren 8.6—0.15 Mol/1000 g Lösung für die wässerige und 1.74—0.0006 Mol/1000 g Lösung für die alkoholische Schicht.

Die Berechnung der Aktivitätskoeffizienten in der alkoholischen Lösung wurde auf folgende Weise ausgeführt. Zwischen den Aktivitäten a, den Konzentrationen c und den Aktivitätskoeffizienten f in den beiden Schichten besteht die Beziehung:

$$\log \frac{a_1^n}{a_2} = \log \frac{c_1^n}{c_2} + \log \frac{f_1^n}{f_2} = \log K,$$

wo K der wahre Verteilungskoeffizient und n das Verhältnis der Molekulargewichte in den beiden Schichten sind. Um n zu ermitteln, kann in dieser Beziehung für kleine Konzentrationen angenähert $a = c$ angenommen werden. Nach Einsetzen des Grenzwertes K (s. u.) berechnet sich für die 5 kleinsten Konzentrationen (in der Reihenfolge der fallenden Konzentrationen) $n = 1.12$, 1.10, 1.05, 1.03 und 1.00, also ein Grenzwert: $n = 1$. Dasselbe Ergebnis konnte aus seinen eigenen Messungen Cavanagh (2) erhalten. Da in Wasser LiCl praktisch total dissoziiert ist,

was auch die Gegner der Annahme einer vollständigen Dissoziation der starken, Elektrolyte zugeben (3), so ist also dieser Elektrolyt auch in der alkoholischen Lösung völlig dissoziiert. Um den Zahlenwert von K zu erhalten, wurde folgende Extrapolation angewandt. Obige Beziehung kann für $n=1$ folgendermassen geschrieben werden:

$$\log \frac{c_1}{c_2} + \log f_1 = \log K + \log f_2.$$

Die linke Seite in Funktion von $\sqrt{c_1}$ dargestellt, ergibt eine gute Gerade bis $c_1 \leqslant 2$, welche bis $c_1 = 0$ extrapoliert direkt $\log K$ ergibt, denn für diesen Grenzfall ist $f = 1$. Dabei wurden alle Konzentrationen auf die thermodynamisch richtigeren Molenbrüche umgerechnet. In dieser Weise fanden wir $\log K = 2.430$ bis auf einige Einheiten der letzten Dezimalstelle genau. Mit diesem Wert, den experimentellen Verteilungs-Konzentrationen und der einschlägigen Literatur (4) entnommenen Aktivitäts-Koeffizienten in Wasser, wurden die $\log f_2$ von LiCl in Alkohol berechnet Diese Berechnung erstreckte sich nur bis auf $c_1 \leqslant 3.96$, denn für höhere Konzentrationen sind die Angaben für f_1 sehr unsicher. Die $\log f_2$-Kurve wird sehr gut durch die Formel von Hückel dargestellt:

$$\log f = -\frac{A\sqrt{c}}{1 + B\sqrt{c}} + Dc$$

mit $A = 5.48$, $B = 4.61$ und $D = 2.20$, wenn die Konzentrationen in Molen auf 1000 g Lösungsmittel ausgedrückt sind. Laut der Theorie von Debye und Hückel, ist:

$$A = 18.18 \cdot 10^5 (DT)^{-\frac{3}{2}},$$

wenn die Konzentrationen in Mol/Lit. gegeben sind. Um auf diese umzurechnen, entnahmen wir den Messungen von Kablukoff und Malischewa (5) für die Dichte des mit Wasser bei 25° gesättigten Alkohols den Wert 0.8242. Es ergibt sich für die Dielektrizitätskonstante des Alkohol der Wert 15.1 und für den mittleren Ionendurchmesser ca. 6 Å. Die Dielektrizitätskonstante des mit Wasser gesättigten Alkohols ist nicht bekannt, wenn wir aber für den reinen Alkohol 15.6 annehmen (6) und die Löslichkeit von Wasser darin gleich 10% setzen (5), so ergibt sich nach der Additivitätsregel ca. 21—22, also in bemerkenswerter Übereinstimmung mit dem aus unseren Messungen auf Grund der Theorie von Debye und Hückel berechneten Wert.

Die Verteilung von LiCl zwischen Wasser und Isoamylalkohol wurde vor uns von Dhar und Datto (7) bei 30° im Gebiete $c_1 = 3.25$—0.65 und von Cavanagh (2) bei 25° im Gebiete $c_1 = 0.2$—0.05 studiert. Beide erhielten den unsrigen ähnliche Kurven, welche aber etwas niedriger liegen, was wahrscheinlich auf einen anderen Isomeren-Gehalt im Alkohol zurückzuführen ist. Dabei ist zu erwähnen, dass zwischen 25 und 35° wir keinen nennenswerten Unterschied der Verteilung gefunden haben.

Die Ergebnisse unserer Arbeit liefern eine Bestätigung der Annahme einer vollständigen Dissoziation der starken Elektrolyten und der Anwendbarkeit der Theorie von Debye und Hückel für unseren typischen Fall.

Ukrainisches Institut für physikalische Chemie.
Dnepropetrowsk.

Eingegangen
d. 15. II. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Lange u. Schwartz. Z. f. Elektroch., **32**, 240 (1926). — Rydberg. Z. f. Physik, **24**, 247 (1924) [2] Cavanagh. Proc. Roy. Soc. (A), 106 (1924). [3] Nernst. Z. f. physik. Ch., **133**, 237 (1927). [4] Lewis-Randall. Thermodynamik. S. 311. — Landolt-Börnstein. Tabellen. II Erg.,-Bd., 1123 (1931). [5] Kablukoff and Malischewa. J. Am. Chem. Soc., **47**, 1553 (1925). [6] Mizushima. Phys. Z., **28**, 418 (1927). [7] Dhar u. Datto. Z. f. Elektroch., **19**, 583 (1913).

ХИМИЯ

М. С. НЕМЦОВ и Г. В. СИПОВСКИЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ КАТАЛИЗАТОРОВ ДЛЯ ДЕСТРУКТИВНОЙ ГИДРОГЕНИЗАЦИИ

I. ДЕСТРУКТИВНАЯ ГИДРОГЕНИЗАЦИЯ НАФТАЛИНА В ПРИСУТСТВИИ ТРЕХСЕРНИСТОГО МОЛИБДЕНА

(*Представлено академиком А. Е. Фаворским 13 I 1934*)

Доказанная в ряде старых работ ([1, 2]) возможность получения низших ароматических углеводородов из нафталина путем гидрирования и расщепления одного из колец вызывала сомнения в отношении практического использования процесса вследствии малой скорости его протекания. Поэтому известный интерес представлял предложенный Варга ([3]) катализатор MoS_3 сильно уменьшавший, по данным автора, время реакции.

Настоящая работа имела целью ближе изучить этот активный катализатор и проверить данные патента.

Опыты проводились в 2-литровом вращающемся автоклаве с катализатором осажденным из раствора молибдата аммония. Температура измерялась во внутреннем кармане термопарой. При расчете продолжительности, применялись те же приемы, что в работе по гидрогенизации парафинистого мазута ([4]).

Показателями глубины разложения служили данные разгонки на условные фракции: бензольную, толуольную, промежуточную, декалиновую, тетралиновую и нафталиновый остаток.

Показатели преломления давали представление о содержании ароматических углеводородов во фракциях.

Таблица 1

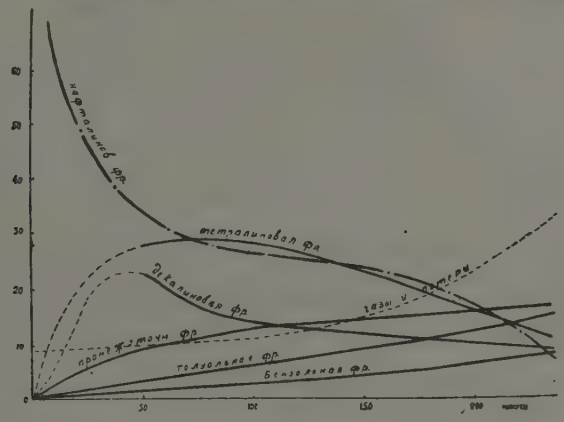
Загрузка: — 100 г нафталина. Начальное давление водорода — 100 атм. при 20° С

№ опыта	КАТАЛИЗАТОР	°С	Продолжительность (исправл. в мин.)	Материальный баланс в весовых %							
				Газ и потери	Бензольная фракция до 90°	Толуольная фракция 90—125°	Промежуточные фракции 125—180°	Декалиновая фракция 180—90 °	Тетралиновая фракция 200—210°	Нафталиновый остаток выше 210°
11	MoS_3	465	140	3.5	2.2	2.7	14.7	47.3	25.5	4.1
12	Отраб. из оп. 11 .	465	140	2.5	0.4	0.3	5.4	29.4	58.5	3.3
34	MoS_3	475	179	18.3	5.6	9.4	14.1	13.5	17.3	21.8
44	MoS_2	475	198	7.5	0.9	4.2	12.2	12.8	22.3	30.1

Данные табл. 1 показали, что MoS_3 теряет свою активность в условиях процесса. Результаты анализа отработанного катализатора, как и следовало ожидать, показали, что MoS_3 в присутствии водорода под давлением легко и с большой полнотой восстанавливается в MoS_2, значительно уступающий трехсернистому молибдену по активности.

Таким образом, практическое использование способа Варга оказалось бы возможным лишь в случае устранения этого явления. Однако, как показал приближенный термодинамический расчет, предлагаемое Варга введение в зону реакции серы или сероводорода также практически неосуществимо, так как для предотвращения восстановления MoS_3 необходимое парциальное давление сероводорода должно в сотни раз превосходить давление водорода в зоне реакции.

Исходя из этого дальнейшее изучение было ограничено лишь качественной характеристикой процесса для установления механизма протекающих реакций, в значительной мере сходного для любых аналогичных катализаторов, работающих при высоких температурах крэкинга.



Наиболее существенным вопросом представлялось установление факта: является ли процесс гидрирования нафталинового кольца сопряженным с реакцией распада или оба процесса протекают независимо и последовательно.

В пользу первого варианта говорило то, что в момент присоединения водорода молекула гидрюра должна нести в себе энергию активации плюс тепловой эффект реакции, достаточные для немедленного разрыва гидрированного кольца. В этом случае могло оказаться необходимым осуществлять процесс в одну стадию. Однако, необходимая для достижения технологической скорости разложения высокая температура неизбежно повлекла бы за собой необходимость в высоких парциальных давлениях водорода, так как в противном случае, по условиям состояния равновесия, не могла бы быть достигнута достаточная полнота гидрирования нафталина.

Однако, построенная на основании приведенной в табл. 2 первой серии опытов диаграмма изменения концентраций нафталина и продуктов его превращения во времени указывают на типичный случай последовательных и независимых друг от друга реакций.

Таблица 2

Загрузка — 100 г. Начальное давление H_2 — 100 атм. при 20°. Катализатор MoS_3 — 10%

№ опыта	Гидрогенизируемый продукт	°С	Материальный баланс в весовых %								n_D^{20}		
			Продолжительность (исправл. в мин.)	Газ и потери	Бензольная фракция до 90°	Толуольная фракция 90—125°	Промежуточная фракция 125—180°	Декалиновая * фракция 180—200°	Тетралиновая фракция 200—210°	Нафталиновый остаток выше 210°	Бензольная фракция	Толуольная фракция	Промежуточная фракция
	Серия I. Влияние продолжительности												
33	Нафталин	475	50.5	10.6	3.6	3.4	9.1	23.0	28.0	22.9	1.4118	1.4581	1.4843
35	„	475	73	(10.9)	1.3	4.2	11.4	13.3	29.6	29.3	1.4220	1.4728	1.4957
37	„	475	106	10.1	3.6	7.3	12.1	14.0	25.6	27.3	1.4170	1.4574	1.4891
36	„	475	136	13.2	3.0	5.8	14.6	12.6	26.9	23.9	1.4238	1.4659	1.4924
34	„	475	179	18.3	5.6	9.4	14.1	13.5	17.3	21.8	1.4298	1.4706	1.4939
32	„	475	236	33.7	8.1	15.9	16.5	8.8	10.6	6.4	1.4341	1.4800	1.4931
	Серия II. Промежуточные процессы												
39	Тетралиновая фракция	475	164	31.5	12.4	17.0	18.6	13.6	6.2	0.8	1.4326	1.4673	1.4898
40	Декалиновая фракция .	475	239	76.5	6.4	6.4	8.6	2.3	—	—	1.4378	1.4753	1.4903
41	Ксилол	475	187	60.0	16.4	14.1	9.5	—	—	—	1.4240	1.4564	1.4754
					до 71°	71—76°	76—79°	79—83°	Остаток выше 83°		до 71°	71—76°	79—93°
42	Бензол	475	193	24.2	8.9	24.8	27.2	9.7	5.3	—	1.4277	1.4532	1.4670
	Серия III. Влияние температуры												
31	Нафталин	465	171	14.2	3.2	6.4	16.9	21.9	27.6	10.0	2.4220	1.4661	1.4886
34	„	475	179	18.3	5.6	9.4	14.1	13.5	17.3	21.8	1.4298	1.4706	1.4939
38	„	485	179	30.0	6.7	16.6	15.8	7.6	7.9	15.4	1.4330	1.4747	1.4955

* В „декалиновой“ фракции присутствовали также первичные продукты превращения тетралина, как показали наши последующие исследования, главным образом бутилбензол.

Данные второй серии опытов в той же таблице подтверждают тот же вывод тем, что скорости распада промежуточных продуктов и, в частности, тетралина имеют тот же порядок, что и в случае протекающего одновременно гидрирования.

Таким образом, упомянутая выше необходимость в одновременном осуществлении обеих фаз процесса отпадала, и более целесообразным должен был быть признан путь разделения его на две последовательные стадии: гидрирование нафталина до тетралина и термическое разложение последнего. Каждая из стадий может быть при этом осуществлена в оптимальных условиях, не ограничиваемых в данном случае термодинамическими условиями, так как протекание обратной реакции дегидрогенизации в отсутствии гидрирующего катализатора может быть устранено.

Другим преимуществом ведения процесса в две стадии является возможность устранения нежелательной реакции гидрирования низших ароматических углеводородов, являющихся целевым продуктом.

Так, судя по показателям преломления, количество ароматических углеводородов в низших фракциях продукта гидрогенизации весьма невелико, в некоторых случаях спускаясь ниже 50%.

Таким образом, MoS_3 оказывается катализатором энергично гидрирующим не только нафталин, но и низшие моноароматические углеводороды и потому не должен присутствовать в зоне их образования. Повидимому то же соображение приложимо ко всякому другому энергичному гидрирующему катализатору, и, следовательно, только при разделении процесса на две стадии вопрос может быть разрешен наиболее просто.

Опыты третьей серии, поставленные при различной температуре, дают качественное указание на то, что с повышением последней количество ароматических углеводородов в низших фракциях растет. В особенности это заметно в отношении более высоко кипящих фракций, что вполне совпадает с полученными в Институте высоких давлений данными о том, что для высших гомологов бензола, состояние равновесия сдвигается в сторону дегидрирования (8).

Что же касается повышения показателей преломления фракций при углублении процесса (см. табл. 2, серию 1), то, повидимому, это явление следует приписать тому, что по мере восстановления MoS_3 в MoS_2 катализатор делается менее активным в отношении гидрирования моноароматических углеводородов, а также, вероятно, тетралина в декалин.

Далее, следует указать, что в продуктах реакции непредельные углеводороды почти отсутствуют. Так, бромные числа присоединения по Мак-Иллинею в видоизменении Агостини (9) давали от нулевых значений до двух единиц. Таким образом, как MoS_3, так и продукт его восстановления MoS_2, в условиях высоких температур и давлений водорода являются активными катализаторами и в отношении гидрирования двойных связей.

В заключение остановимся на одной особенности процесса гидрогенизации нафталина, породившей ряд ошибочных представлений, довольно прочно укоренившихся среди некоторых исследователей, работающих в области гидрогенизации.

Расчитывая по термохимическим измерениям тепловой эффект гидрирования нафталина, имеем следующие его значения:

$$C_{10}H_8 + 2H_2 \rightarrow C_{10}H_{12} + 33.460 \text{ кал.}$$

$$\text{и } C_{10}H_8 + 5H_2 \rightarrow C_{10}H_{18} + 70.390 \text{ кал.}$$

И действительно, сравнением температурных кривых в холостом опыте и при гидрогенизации нафталина было экспериментально обнаружено, что во втором случае за счет теплоты реакции, в начале опыта, температура в автоклаве поднимается на 20 и более градусов. Этот эффект тем более заметен потому, что быстро повышающаяся с ростом температуры скорость реакции обусловливает адиабатный характер ее протекания. Резкость этого явления зависит, прежде всего, от условий теплопередачи в аппаратуре, а также от скорости нагревания.

Однако, многие исследователи [Клинг и Флорентен (2), Спилькер и Цербе (5), Трефильев (6), Орлов (7)], изучая тот же процесс, пришли к неправильным представлениям о существовании специфической для каждого вещества температуры начала реакции, получившей даже специальное название „температурного порога" (seuil de temperature — Kling et Florentin).

Дальнейшее развитие этой мысли привело даже к понятию о каком-то мистическом „тепловом ударе" (Wärme-Stoss), ни в какой мере не совместимому с современными представлениями теоретической химии.

Из приведенных выше соображений об истинном содержании вызвавших эти представления явлений ясно, что при быстром отводе тепла гидрирования из зоны реакции ни „температурного порога", ни „теплового удара" не окажется.

Таким образом, спор некоторых исследователей (5, 10) относительно высоты „температурного порога" гидрогенизации данного углеводорода является совершенно беспредметным, и следует скорее удивляться не тому, что данные разошлись, а что они вообще могут быть сравниваемы.

Государственный институт высоких давлений.
Ленинград.

Поступило
10 I 1934.

CHEMIE

UNTERSUCHUNG DER KATALYSATOREN FÜR DESTRUKTIVE HYDROGENISATION

I. HYRDOGENISATION DES NAPHTALINS IN GEGENWART VON MOLYBDÄNSULFID

Von M. NEMCOV und G. SIPOVSKIJ

(*Vorgelegt von A. Favorskij, Mitglied der Akademie, d. 13. I. 1934*)

ZUSAMMENFASSUNG

Die Möglichkeit bei der destruktiven Hydrogenisation des Naphtalins niedrigere aromatische Kohlenwasserstoffe herzustellen ist in einer Reihe von Untersuchungen bestätigt worden (1, 2). Die in den bisherigen Arbeiten angegebenen unbedeutenden Geschwindigkeiten haben unsere Aufmerksamkeit auf andere Katalysatoren gelenkt, auf denjenigen, zum Beispiel, der in Varga's (3) Patent benutzt wird, MoS_3. Vorliegende Untersuchung befasst sich speziell mit der Prüfung dieses wichtigen Katalysators.

Sowohl die von uns ausgeführten Versuche, als auch die Analyse des abgenutzten Katalysators haben in vollständiger Übereinstimmung mit den thermodynamischen Ermittelungen erwiesen, dass in den Verhältnissen des Prozesses eine fast vollständige Reduktion von MoS_3 zu MoS_2 stattfindet.

Das letztere aber, obwohl ein aktiver hydrierender Katalysator, steht dem Molybdäntrisulfid erheblich nach. Eine besondere Bedeutung erhält die Tatsache, dass bei der Reduktion von MoS_3 die Reaktionsbeschleunigung des Zerfalls der Naphtalinhydrüre bedeutend abnimmt. Um die Reduktion von MoS_3 zu vermeiden, wäre es erforderlich in die Reaktionszone H_2S einzuführen und zwar in Mengen, die einem Druck von Hundert Atmosphären entsprächen. Daraus folgt, dass eine technologische Verwertung des Varga-Prozesses kaum erspriesslich sein dürfte.

Was den Mechanismus der am Katalysator verlaufenden Reaktionen anbetrifft, so muss auf Grund der erhaltenen Angaben die Annahme eines Zusammenhanges von Zerfall- und Hydrierungsreaktion, trotz ihrer Wahrscheinlichkeit, abgelehnt werden.

Tatsächlich finden, wie es scheint, zwei parallele, unabhängige Prozesse statt: ein Hydrierungsprozess und ein darauf folgender Prozess von thermischer Zersetzung. Diese Schlussfolgerung beruht sowohl auf dem für die konsekutiven Reaktionen typischen Charakter der Gehaltsveränderung der Komponenten während des vertieften Prozesses als auch auf den Versuchen der 2. Serie.

Die Versuche haben erwiesen, dass die Zersetzungsgeschwindigkeit der Zwischenprodukte nicht geringer ist als die im Falle der direkten Hydrogenisation des Naphtalins zu beobachtende.

Auf Grund dieser Folgerung kann man schliessen, dass bei einer praktischen Verwirklichung des Prozesses die Reduktion nicht gleichzeitig zu verlaufen braucht. Es ist vorteilhafter, den Prozess in zwei Entwicklungsstadien einzuteilen: 1) Hydrierung des Naphtalins bis zu Tetralin in Gegenwart eines stark hydrierenden Katalysators (zum Beispiel MoS_2) bei einer niedrigeren Temperatur, die eine Vollständigkeit der Reduktion bei niedriegerem Wasserstoffdruck gewährleisten kann, und 2) thermische Zersetzung des Tetralins bei hoher Temperatur, die eine bedeutende Zersetzungsgeschwindigkeit bei Abwesenheit der hydrierenden Katalysatoren sichert. Letztere Bedingung ist unentbehrlich, denn infolge der hohen Temperatur wird das Gleichgewicht der Hydrierung des Naphtalins in der Richtung der Dehydrogenisation verschoben und zwar ohne entsprechende Druckerhöhung; während des zweiten Entwicklungsstadiums wird die Reaktion auf dem Katalysator in der entgegengesetzten Richtung und dabei unter Bildung von Naphtalin verlaufen.

Wie aus den Brechungsquotienten zu ersehen ist, kann der hydrierende Katalysator in der Zersetzungszone ausserdem die Hydrierung eines bedeutenden Teiles der aromatischen Kohlenwasserstoffe unter Bildung von Naphtenen (Polymethylenen) bewirken.

Die im Laufe der Hydrogenisation des Naphtalins beobachtete jähe Wirkung der bei bestimmter Temperatur eintretenden stürmischen Reaktion ist durch die adiabatisch unter Selbstbeschleunigung verlaufende exothermische Hydrierungsreaktion zu erklären. Der von Kling und Florentin [2], von Spilker und Zerbe [5] und von anderen Verfassern [6, 7] in die Literatur eingeführte Begriff einer „Temperaturschwelle“ (seuil de température) und eines „Wärmestosses“ lässt sich nicht im geringsten mit den modernen Begriffen der chemischen Kinetik in Einklang bringen. Die Meinungsverschiedenheiten der genannten Verfasser hinsichtlich der Zahlengrösse der

Temperaturschwelle für eine gegebene Verbindung sind gegenstandlos, denn eine entscheidende Bedeutung für den adiabatischen Verlauf der Reaktion fällt nur den Bedingungen der Wärmeübergabe im Autoklav zu. Diese Abweichungen sind selbstverständlich; es ist eher befremdlich, dass die bei verschiedenen Temperaturen und verschiedenen Erwärmungsgeschwindigkeiten, bei Durchmischung u. s. w. von verschiedenen Verfassern ermittelten Grössen der „Temperaturschwelle" einander annähernd entsprechen.

In der nächsten Mitteilung sollen unter den Bedingungen des Prozesses stabil bleibende Katalysatoren behandelt werden.

Staatl. Institut für Hochdruck.
Leningrad.

Eingegangen
d. 10. I. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] W. N. Ipatiew. Ber., **58**, I (1925). [2] Kling et Florentin. C. R., **182**, 389, 526 (1926). — Idem. C. R., **184**, 822 (1927). — Idem. Bull. Soc. Chim., **41**, 804 (1927). — Idem. C. R., **193**, 1198 (1931). [3] Varga. Англ. пат. №№ 313505 и 333453. [4] И. С. Дивер и М. С. Немцов. Химия тв. топлива, **3**, 839 (1932). [5] Spilker u. Zerbe. Z. f. angew. Ch., **39**, 1139—43 (1926). [6] И. А. Трефильев, К. А. Бушман и Р. А. Петренко. Горный журнал, № 8, 8—13 (1932). [7] П. А. Орлов. Ожижение угля и его продуктов. Москва, 1930. [8] А. А Введенский, С. Г. Винникова, В. Р. Жаркова и В. М. Фундылер. ЖОХ, **3**, 718—728 (1933). [9] Agostini. Ann. Chim. Appl., **19**, 241 (1929); **20**, 232 (1930). [10] Kling et Florentin. Bull. Soc. Ch., **41**, 66 (1927).

ХИМИЯ

В. С. САДИКОВ, В. А. ВАДОВА и Р. Г. КРИСТАЛЛИНСКАЯ

ЭКСТРАКЦИОННОЕ ФРАКЦИОНИРОВАНИЕ БЕЛКОВЫХ КАТАЛИЗАТОВ ОРГАНИЧЕСКИМИ РАСТВОРИТЕЛЯМИ. II

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 17 II 1934*)

Ближайшее исследование жидкой фазы кислотных и щелочных катализатов при помощи метода экстракционного фракционирования было проведено на катализатах, полученных при посредстве H_2SO_4, H l, H_3PO_4 и Na_2CO_3 при 2% концентрации и 6-часовом нагревании яичного белка при 180°. Выхода экстракционных фракций и содержание в них общего азота и амино-азота приведены в табл. 1, 2 и 3.

При рассмотрении данных табл. 1, касающихся экстракционных фракций H_2SO_4-катализата, можно заключить следующее. Эфир и хлороформ дают извлечение в сумме около 13% от навески белка, причем извлечение происходит только из кислого водного раствора; при подщелачивании имеют место потери азота за счет выделения аммиака; в эфирный и хлороформный растворы переходят лишь весьма незначительные количества веществ катализата.

Вещества, извлекаемые из кислого катализата эфиром, большею частью кристалличны, но в экстракте содержатся также и некристалли-

Таблица 1—Tabelle 1

Экстракционное фракционирование H_2SO_4-катализата
Extraktions-Fraktionierung des H_2SO_4-Katalysats

Экстракционные средства Extraktionsmittel	Выход в % от навески белка Ausbeute in % des Eiweisses	Содержание азота в % от азота белка Stickstoff-Gehalt in % des Eiweiss-Stickstoffs	Содержание аминоазота в % от всего азота жидкой фазы Amino-Stickstoff-Gehalt in % der flüssigen Phase	Содержание азота в % от сухого вещества фракции Stickstoff-Gehalt in % der festen Substanz der Fraktion
Эфир I (кислая) . . . . . Äther I (sauer)	6.38	5.38	0	12.0
Эфир II (щелочная) . . . . . Äther II (alkalisch)	0.18	0.83	0.15	—
Хлороформ I (кислая) . . . . Chloroform I (sauer)	6.32	6.23	0	14.0
Хлороформ II (щелочная) . . Chloroform II (alkalisch)	0.06	—	—	—
Бутиловый спирт I (кислая) . Butylalkohol I (sauer)	42.71	31.90	4.97	10.55
Бутиловый спирт II (щелочная) Butylalkohol II (alkalisch)	7.37	6.64	1.01	12.7
Сумма . . . . . Summe	63.02	50.98	—	—

зующиеся сиропообразные вещества. Как те, так и другие лишены аминоазота и содержат 12.0% и 14.0% общего азота; они представляют собою главным образом соединения циклопептидного и гетероциклического характера. Норбутиловый алкоголь в аппарате Декина извлекает до 42.7% плотного остатка от навески белка из кислого раствора и 7.4% из щелочного, причем в первого рода вытяжки переходит около 32% азота от всего азота навески белка и 6.6% во второго рода вытяжки. Норбутиловые вытяжки содержат около 5% сухого остатка и около 1.0% аминоазота, отнесенных ко всему азоту белка.

Однако следует отметить, что отслоение норбутилового алкоголя, нагруженного водою и извлеченными им азотистыми веществами, весьма несовершенно, и нередко наблюдается почти полное поглощение водного катализата бутиловым спиртом и образование гомогенной смеси: вода плюс бутанол плюс катализат. Это обстоятельство побудило нас в дальнейшем отказаться от бутанола и заменить его амиловым спиртом (пентанолом), менее растворимым в воде.

Выхода эфирных и хлороформных извлечений из HCl катализата составляют около 9.5% от навески белка, причем извлечение происходит главным образом из кислых растворов. Содержание аминоазота в твердом веществе эфирных и хлороформных фракций равно нулю, а содержание азота в них составляет 13.1% и 10.5%.

Бутаноловые вытяжки составляют 48.5% от навески белка и содержат 35% азота от всего азота белка; часть азота относится к аминоазоту.

Катализат после 6 извлечений содержит еще 22.70% азота от всего азота белка, причем часть его, а именно 9.4% относится к аминоазоту, определяемому по Ван-Слайку, т. е. в этом случае водная остаточная фракция катализата после извлечений состоит почти на 60% из вещества не аминокислотного характера.

Таблица 2—Tabelle 2

Экстракционное фракционирование H_3PO_4-катализата
Extraktions-Fraktionierung des H_3PO_4-Katalysats

Экстракционные средства Extraktionsmittel	Выход в % от навески белка Ausbeute in % des Eiweisses	Содержание азота в % от азота белка Stickstoff-Gehalt in % des Eiweiss-Stickstoffs	Содержание аминоазота в % от всего азота жидкой фазы Amino-Stickstoff-Gehalt in % der flüssigen Phase	Содержание азота в % от сухого вещества фракции Stickstoff-Gehalt in % der festen Substanz der Fraktion
Эфир I (кислая) . . . . . Äther I (sauer)	4.08	3.24	0	11.60
Эфир II (щелочная) . . . . . Äther II (alkalisch)	0.12	0.40	0	—
Хлороформ I (кислая) . . . . Chloroform I (sauer)	3.36	2.43	0	10.52
Хлороформ II (щелочная) . . Chloroform II (alkalisch)	0.18	0.40	0	—
Бутанол I (кислая) . . . . . Butanol I (sauer)	14.0	12.15	8.05	12.50
Бутанол II (щелочная) . . . Butanol II (alkalisch)	—	—	—	—
Сумма . . . . . Summe	21.75	18.62	—	—

Сумма эфирных и хлороформных фракций составляет при H_3PO_4-катализате 7.5% от навески белка или 6.4% азота от всего азота белка. Фракции эти не содержат вовсе аминоазота при содержании общего в них азота в 11.6% и 10.5%.

Бутаноловая фракция сравнительно невелика, всего 14.0% и заключает в себе 12.1% азота от всего азота белка; часть азота, а именно 8.1% является аминоазотом, определяемым по Ван-Слайку.

При карбонатном катализе белка образуются вещества извлекаемые эфиром и хлороформом как из щелочного, так и из кислого раствора; общий выход этих веществ составляет 14%, захватывающих 11.25% азота белка принятого за 100. Аминоазот во всех фракциях отсутствует.

Бутаноловые извлечения равны 22.4% из щелочного и 5.8% из кислого раствора.

Применяя вместо бутанола амиловый алкоголь (пентанол) мы во всех случаях катализа кислотного, карбонатного и щелочного видим сравнительно невысокие выхода пентаноловой фракции, а именно от 7.6% до 11.8%.

Для того чтобы убедиться в циклопептидном характере азотистых веществ, извлекаемых из катализатов эфиром и хлороформом, было пред-

Таблица 3—Tabelle 3

Экстракционное фракционирование содового катализата
Extraktions-Fraktionierung des Soda-Katalysats

Экстракционные средства Extraktionsmittel	Выход в % от навески белка Ausbeute in % des Eiweisses	Содержание азота в % от азота белка Stickstoff-Gehalt in % des Eiweiss-Stickstoffs	Содержание аминоазота в % от всего азота жидкой фазы Amino-Stickstoff-Gehalt in % der flüssigen Phase	Содержание азота в % от сухого и вещества фракции Stickstoff-Gehalt in % der festen Substanz der Fraktion
Эфир I (кислая) . . . . . Äther I (sauer)	5.37	5.28	0	14.9
Эфир II (щелочная) . . . . . Äther II (alkalisch)	3.71	2.20	0	—
Хлороформ I (кислая) . . . . Chloroform I (sauer)	3.02	2.64	0	13.0
Хлороформ II (щелочная) . . Chloroform II (alkalisch)	1.94	1.13	0	—
Бутаноловая I (щелочная) . . Butanol I (alkalisch)	22.52	18.50	—	9.0
Бутаноловая II (кислая) . . . Butanol II (sauer)	5.82	2.64	—	—
Сумма . . . . . Summe	42.38	32.39	—	—

принято их гидролитическое расщепление посредством кипячения с HCl удельного веса 1.19 и испытание гидролизатов на аминоазот по Ван-Слайку. Наличие циклопептидов обнаруживается по образованию аминокислот, реагирующих с нитритом натрия; в этом случае содержание общего азота в веществе фракции должно совпадать с амино-азотом после полного гидролиза вещества фракции с HCl. Если такого совпадения не наблюдается, то разность между общим азотом до гидролиза и аминоазотом после гидролиза можно отнести отчасти за счет наличия пролина или оксипролина, не определяемых по Ван-Слайку и находившихся в составе циклопептидов.

Опыты показали следующее:

1) 1.04 г сухого вещества эфирной вытяжки катализата, содержавший 150 мг азота и нуль амино-азота, после 6-часового кипячения с HCl дали 65.38 мг аминоазота; после 36 часов кипячения с HCl дали 84.6 мг амино-азота, а после 72 часов 90.18 мг аминоазота.

Вещество эфирной вытяжки оказывается весьма трудно расщепляемым с HCl: из него при расщеплении образуются аминокислоты и повидимому пролин или иные азотистые соединения, не реагирующие с нитритом и представляющие собою аминокислоты с аминогруппой, находящейся не в α-положении, либо какие то гетероциклические соединения. Разъяснение продуктов гидролитического расщепления может быть достигнуто путем изолирования их и ближайшего исследования.

2) 1.17 г вещества из эфирной фракции, содержащие 160 мг общего азота и 2.19 мг слайковского азота дали после 6-часового гидролиза с концентрированными HCl 84.9 мг аминоазота по Ван-Слайку, т. е.

около половины азота испытуемой фракции приходится на пролин или на нециклопептидные гетероциклы.

3) 1.04 г вещества из эфирной фракции, содержащие 100 мг общего азота и нуль аминоазота, после 6-часового гидролиза с HCl дали 84.9 мг аминоазота.

4) 0.9 вещества из хлороформной фракции, содержащие 110 мг общего азота и 11.2 мг аминоазота, после 36-часового гидролиза с HCl дали 105.25 мг аминоазота, т. е. достигается почти полное согласование между общим азотом и аминоазотом.

Лаборатория белковой химии
Ленинградского института пищевой промышленности.

Поступило
13 II 1934.

CHEMIE

FRAKTIONIERUNG VON EIWEISSKATALYSATEN MIT HILFE VON ORGANISCHEN EXTRAKTIONSMITTELN. II

Von V. SADIKOV (SSADIKOW), V. VADOVA und R. KRISTALLINSKAJA

(Vorgelegt von A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 17. II. 1934)

ZUSAMMENFASSUNG

Die Katalysate des Ovalbumins, welche durch partielle Spaltung des Ovalbumins mit 2%-gen H_2SO_4, HCl, H_3PO_4 und Na_2CO_2 erhalten wurden, ergaben beim Extrahieren in speziellen Apparaten mit Äther, Chloroform, Butanol und Pentanol bestimmte Ausbeuten von entsprechenden Extrakten. In letzteren befinden sich Zyklopeptide und heterozyklische Substanzen, welche keinen Amino-Stickstoff aufweisen. Äther- und Chloroform-Auszüge ergeben eine Ausbeute von etwa 9.5—14.0% des gesamten Eiweiss-Stickstoffs; Butanol-Auszüge geben etwa 32% des gesamten Stickstoffs, was durch grössere Löslichkeit des wä-serigen Katalysats im Butanol bedingt ist. Pentanol-Auszüge sind viel geringhaltiger, sie reichen nämlich bis 7—8% aus.

Im rückständigen Katalysat bleibt noch etwa 60% an zyklopeptidischen Substanzen übrig.

Laboratorium für Eiweisschemie
des Instituts für Nahrungsmittel-Industrie.
Leningrad.

Eingegangen
d. 13. II. 1934.

Р. И. БЕЛКИН

ЭТЮДЫ ПО РЕГЕНЕРАЦИИ У АМФИБИЙ

I. РЕГЕНЕРАЦИЯ КОНЕЧНОСТЕЙ НА СПИНЕ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 27 I 1934*)

Для исследования полярной потенции трансплантированных конечностей мною были произведены в различных сочетаниях гомо- и гетеротрансплантации у аксолотлей. У животного в состоянии наркоза на верхней части спины с одной из сторон спинного плавника делался глубокий надрез в мышечной части, куда и имплантировалась пересаживаемая часть конечности. Приживление в большинстве слу́чаев происходило в течение 10—14 дней. Так как выступающая часть имплантата обычно была на уровне кожи спины, то почти во всех случаях имплантат зарастал кожей хозяина. По истечении 2—3 недель я удалял появившуюся над имплантатом кожу, после чего в половине моих опытов начиналась регенерация; у остальной половины опытных животных имплантат снова зарастал кожей хозяина и повторные надрезы не давали результатов. Мною получены следующие данные:

1. Бедро белого аксолотля, проксимально имплантированное в спину черному аксолотлю (№ 62), через 91 день регенерировало хорошо выраженную белую с черными пятнами пятипальцевую конечность.

2. Бедро белого аксолотля, дистально имплантированное в спину черному акс̀олотлю, через 91 день регенерировало (№ 35) хорошо выраженную белую четырехпальцевую конечность размером в 8 мм, а в другом случае (№ 2) регенерировало уродливую конечность черного цвета с белыми пятнами с двумя (тремя) слабо дифференцированными пальцами.

3. Голень с ампутированной кистью черного аксолотля, проксимально имплантированная в спину белому аксолотлю, через 84 дня регенерировала (№ 231) хорошо выраженную кисть с пятью пальцами черного цвета, а в другом случае (№ 230) короткую голень с короткой пятипальцевой кистью черного цвета. Наблюдение за этими двумя аксолотлями продолжается.

4. Голень с ампутированной кистью черного аксолотля, проксимально имплантированная ему же в спину, через 150 дней регенерировала (№ 16) три пальцевидных отростка на кистевой тонкой подножке.

5. Голень черного аксолотля, дистально имплантированная в спину белому аксолотлю, через 117 дней регенерировала (№ 21) недифференцированный отросток белого цвета размером 4.5 мм.

Регенераты с прилегающей тканью ампутированы, зафиксированы и подвергаются дальнейшему гистологическому исследованию.

Институт экспериментальной биологии
Иенского университета и
Институт зоологии Женевского университета.

Поступило
27 I 1934.

BIOLOGIE

STUDIEN ÜBER DIE REGENERATION BEI AMPHIBIEN

I. REGENERATION VON EXTREMITÄTEN AM RÜCKEN

Von R. BELKIN

(*Vorgelegt von A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 27. I. 1934*)

Zum Zweck von Erforschung der Polarpotenz bei verpflanzten Extremitäten habe ich Homo- und Heterotransplantationen in verschiedenen Kombinationen an Axolotlen vorgenommen. Das Tier erhielt im Zustand der Narkose eine tiefen Einschnitt in den Muskelteil am oberen Ende des Rückens, seitlich von der Rückenflosse, woselbst der zu verpflanzende Gliedmassenteil eingesetzt wurde. Der Anwachs geschah meistenteils im Laufe von 10—14 Tagen. Da der hervortretende Teil des Implantats sich gewöhnlich auf dem Niveau der Rückenhaut befand, so wurde er nahezu in sämtlichen Fällen von der Haut des Wirtes überwachsen. Nach Ablauf von 2—3 Wochen entfernte ich die neugebildete Haut über dem Implantat, wornach in der halben Anzahl meiner Experimente die Regeneration einsetzte; bei der zweiten Hälfte der Versuchstiere wurde das Implantat aufs neue von der Haut des Wirtes überwachsen und wiederholt vorgenommene Einschitte blieben erfolglos. Folgende Ergebnisse wurden erzielt:

1. Der in den Rücken eines schwarzen Axolotls (№ 62) proximal implantierte Oberschenkel eines weissen Axolotls regenerierte nach 9 Tagen eine gut geformte, schwarzbefleckte weisse Extremität, mit fünf Zehen versehen.

2. Der in den Rücken eines schwarzen Axolotls distal implantierte Oberschenkel eines weissen Axolotls regenerierte (№ 35) nach 91 Tagen eine gut geformte weisse, 8 mm lange Extremität, mit vier Zehen versehen; ein anderer Fall (№ 2) ergab eine regenerierte verunstaltete Extremität von schwarzer Färbung mit weissen Flecken, in zwei (drei) schwach differenzierte Zehen auslaufend.

3. Der in den Rücken eines weissen Axolotls proximal implantierte Unterschenkel eines schwarzen Axolotls, mit amputiertem Fuss, regenerierte (№ 231) nach 84 Tagen einen gut geformten Mittelfuss mit fünf schwarzgefarbten Zehen, wogegen in einem anderem Falle (№ 230) er einen kurzen Unterschenkel mit kurzem Mittelfuss von schwarzer Farbe und fünf Zehen ergab. Die Beobachtung dieser beiden Axolotle wird fortgesetzt.

4. Der in den eigenen Rücken proximal implantierte Unterschenkel eines schwarzen Axolotls, mit amputiertem Fuss, regenerierte (№ 16) nach 150 Tagen 3 zehenartige Auswüchse an einem feinen Stützfüsschen.

5. Der in den Rücken eines weissen Axolotls distal implantierte Unterschenkel eines schwarzen Axolotls regenerierte (№ 21) nach 117 Tagen einen undifferenzierten Stumpf von weisser Farbe, 4.5 mm lang.

Die Regenerate sind mitsamt dem anliegenden Gewebe amputiert und fixiert und werden einer weiteren histologischen Untersuchung unterzogen.

Anstalt für Experimentelle Biologie
der Universität Jena und
Institut de Zoologie de l'Université de Genève.

Eingegangen
d. 27. I. 1934.

Б. Л. ИСАЧЕНКО, М. М. ОНЧУКОВА, А. А. ПРЕДТЕЧЕНСКАЯ и Т. В. ЛИПСКАЯ

О САМОНАГРЕВАНИИ ЗЕРНА

(*Представлено академиком Г. А. Надсоном 4 III 1934*)

Явление самонагревания растительных веществ до 65—70° Кон (1890) считал, как известно, процессом, связанным с развитием термогенных бактерий.

Работы Миэ (1) над самонагреванием сена не только доказали микробиологический характер этого явления, но и выяснили роль определенных микроорганизмов в нем. Исследования Джельмана и Барро (2) показали, что повышение температуры семян овса, ячменя и пшеницы до 50—53° можно вызвать, заражая их различными видами *Aspergillus*. Роли других микроорганизмов в этом процессе названные исследователи не коснулись, равно как и не затронули других сторон этого процесса.

Так как наши работы по изучению самонагревания зерна прекращаются, считаем необходимым сообщить часть полученных нами результатов. Самонагревание зерна в элеваторах и зернохранилищах наблюдается нередко и в 1932 г. были случаи, когда семена ржи, сложенные в элеватор, с повышением температуры изменяли свой цвет, бурели, чернели и превращались в полукоксовидную массу, с трудом разбиваемую ломом. Аналогичная картина наблюдалась с семенами подсолнечника, проса, кукурузы и т. п.

Получая в течение 1931—33 гг. с различных элеваторов зерно, подвергшееся процессу самонагревания, мы наблюдали развитие на нем обильной микрофлоры. Таким образом, например, на 1 г зерна было обнаружено колоний микроорганизмов: кукуруза — 16 460 000, просо — 792 900, рожь — 2 613 000, ячмень — 13 915 000, вика — 9 635 000, горох — 59 000, чечевица — 337 000, подсолнечник — 5 570 000 и 6 322 000.

Эта микрофлора состояла из кокков, которые преобладали, актиномицетов, затем бактерий и плесневых грибков. Среди микроорганизмов встречались термофильные спороносные бациллы, развивающиеся при 55—62°. В связи с самонагреванием зерна количество термофильных микроорганизмов увеличивалось. Так рожь в момент засыпки в элеватор не имела термофильных бактерий, вернее, конечно, число их было весьма незначительно и в 1 г зерна — неуловимо, а в греющемся зерне их было уже 9 400, а в согревшемся даже 409 000. В вике, сильно согревшейся, количество их достигало 4 118 000 (3).

Для выяснения, насколько в лабораторных условиях могут поднять температуру зерна отдельные группы микроорганизмов, выделенные из самонагревшегося зерна, были поставлены опыты с зерном, дезинфицированным (бром, сулема и т. п.) и стерилизованным паром или сухим жаром. Зерно, взятое для опыта, имело для сравнения различную степень влажности. Первый опыт с рожью, дезинфицированной бромом, показал температуру зерна, на 30° превышавшую температуру комнаты (18°), при влажности зерна 23.39%, при заражении его *Actinomyces* (41.5°) и *Aspergillus* (53.5°); в то же время, при 17% влажности, повышения температуры зерна за тот же срок (20—30 дней) — не наблюдалось.

Следующий опыт был поставлен с семенами ржи различной влажности, зараженными *Aspergillus fumigatus* и *Actinomyces*. Повышение температуры наблюдалось следующее:

Aspergillus fumigatus				*Actinomyces* sp.			
Дни	23.39%	25.02%	29.41%	23.39%	25.02%	29.41%	t° комнаты
35	53.5	52	42	40.5	49.5	49	23
40	46	40	39	31.3	40	50	18
65	21	30.5	42.5	40.5	41	39	19

При влажности ржи в 16.85% температура зерна в течение 65 дней выше 21.5° не поднималась. Влияние повышенной влажности при заражении *A. fumigatus* удлинило время наступления повышенной температуры и менее заметно отразилось на зерне с *Actinomyces*.

Затем были взяты семена ржи, простерилизованные при 80° в течение 1 часа сухим жаром. Влажность зерна = 26.92%.

Дни	*Aspergillus fumigatus*	*Actinomyces* sp.	t° комнаты
20	41°	35°	18°
25	54.5	51	33
30	56	53	31
35	56	53	29
40	56	52.8	31
45	58	51	33
50	54	53	33
		53	30

Семена ржи, простерилизованные при 100° 1 час паром, зараженные спороносным термофильным бациллом, выделенным с зерна, дали:

Дни	t° зерна	t° помещения
5	42	39.5
6	53.0	46
7	53.5	42
8	53	40.1
9	53	46
10	52	43
11	51.5	43.5

Таким образом, повышение температуры зерна выше 50° (53—58°) вызывалось как плесневыми грибками (*Aspergillus*), так и *Actinomycea* и термофильным спороносным бациллом. При этом повышение температуры наблюдалось у живых и убитых семян. Прорастания семян не наблюдалось.

Опыты, поставленные с семенами пшеницы, ячменя, кукурузы, конопли, подсолнечника, при заражении их культурами микроорганизмов давали ту же картину медленного нарастания температуры. Более быстрое повышение температуры наблюдалось у невполне дозрелых семян и у конопли, когда повышение температуры замечено на 8-й день, а на 13-й дошло до 43°, после чего температура начала падать.

Все семена после окончания опыта оказались потемневшими или совершенно почерневшими, не отличаясь по внешнему виду от самонагревавшихся в условиях элеваторного хранения. Повышение температуры зерна сопровождалось изменением его химического состава: у кукурузы количество углеводов с 50.58% дошло до 26.19%, у ржи с 53.73% до 15.03%; жир у кукурузы с 4.8% дошел до 2.6%, а у ржи, наоборот, поднялся с 2.15% до 7.01%; точно так же увеличилось и количество белка, что наблюдалось и другими исследователями, относившими это увеличение на счет развившейся микрофлоры.

Активность амилазы хотя и падает с повышением температуры зерна, но сравнительно не особенно сильно. При большей влажности зерна это снижение активности выступает резче.

Влажность зерна и доступ к нему кислорода в первые моменты заклада его (в сосуды) играют главную роль в повышении температуры, способствуя развитию микрофлоры. Различные микроорганизмы, развиваясь на зерне, могут вызвать его самонагревание; физиологические процессы, происходящие в самом зерне, связанные с повышением его температуры, благоприятствуют ускорению развития микроорганизмов, являющихся в конечном итоге фактором, доминирующим в самонагревании зерна.

Ботанический институт
Академии Наук. Ленинград.

Поступило
25 II 1934.

ÜBER SELBSTERHITZUNG DES KORNS.

VON B. ISAČENKO (ISSATSCHENKO), M. ONČUKOVA, A. PREDTEČENSKAJA UND T. LIPSKAJA

(*Vorgelegt von G. Nadson, Mitglied der Akademie, 4. III. 1934*)

ZUSAMMENFASSUNG

Einen von den Hauptfaktoren, durch welche Selbsterhitzung bei in Kornhaus lagerndem Korn gefördert wird, bildet der Feuchtezustand desselben. Die mit den im Korn stattfindenden physiologischen Prozessen zusammenhängende Temperaturerhöhung desselben ist ein der Entwicklung von Mikroorganismen günstiges Moment. Indem der Zuzug von Sauerstoff zum Korn der Entwicklung von Mikroorganismen förderlich ist, bildet derselbe seinerseits in den ersten Stadien der Selbsterhitzung einen begünstigenden Faktor. Die mannigfaltige, sich auf dem Korn entwickelnde Mikroflora ist imstande dessen Temperatur unter Versuchsverhältnissen bis auf 58° (und höher) zu steigern. Unter dem Einfluss der Mikroorganismenkulturen steigt die Temperatur sowohl des toten wie des lebenden Saatguts. Infolge der Tätigkeit der Mikroorganismen nimmt das Korn das Aussehen einer schwarzen Masse an. Es tritt ein Verlust an Kohlenhydraten und Fetten (Mais) ein und die Aktivität der Amylase zeigt eine Abnahme.

Botanisches Institut
der Akademie der Wissenschaften.
Leningrad.

Eingegangen
d. 25. II. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] H. Miehe. Die Selbsterhitzung des Heus. Jena, 1907. [2] J. Gilman and D. Barron. Effect of Molds on Temperature of Stored Grain. Plant Physiol., 1930. [3] Н. Михаловский. Самосогревание зерна. На фронте сельскохоз. заготовок. 1933.

ФИЗИОЛОГИЯ

Э. АСРАТЯН

СИСТЕМНОСТЬ РАБОТЫ БОЛЬШИХ ПОЛУШАРИЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА

(*Представлено академиком И. П. Павловым 20 II 1934*)

По методу условных рефлексов анализаторная деятельность больших полушарий головного мозга разрабатывалась более подробно и всесторонне, чем синтетическая их деятельность. „Механизм и локализация синтетической нервной деятельности, в противоположность аналитической, остается до сих пор мало известными... Конечно, сейчас первая задача — накоплять факты, относящиеся к синтетической деятельности“, — этими словами характеризовал положение вещей акад. И. П. Павлов еще несколько лет тому назад. В течение 1930—31 годов и отчасти 1932 года я занимался экспериментальной разработкой некоторых вопросов, которые имели отношение к синтетической деятельности больших полушарий головного мозга.

Работа выполнялась по методу условных пищевых рефлексов. Подопытные собаки — „Арч“, „Масис“ и „Баш“ — были здоровыми молодыми собаками и, как в дальнейшем выяснилось, обладали сильной нервной системой и принадлежали к сангвиническому варьянту сильных собак.

Все три собаки были оперированы мною и до меня ни у кого не были в работе по условным рефлексам. Очень быстро у них образовались как положительные, так и отрицательные условные пищевые рефлексы (как слюноотделительные, так и двигательные). Они держались крепкими в дальнейшей работе.

В экспериментальной работе с этими тремя собаками мне удалось выявить следующие новые стороны условнорефлекторной деятельности собак.

1) Если в течение ряда опытов условные раздражители применяются в известном фиксированном порядке, по определенной системе, то такой способ работы обусловливает возникновение и закрепление отпечатка порядковой последовательности соответствующих условных рефлексов. Это выявляется тем, что в одном опыте, вместо всей системы условных раздражителей, подряд применяется какой-нибудь один условный раздражитель. Выясняется, что этот раздражитель на порядковом месте каждого из условных раздражителей в системе вызывает условный слюноотделительный рефлекс, по величине характерный для данного раздражителя. Скажем, например, если в качестве индикаторного раздражителя применяется касалька, то она на месте звонка вызывает характерный звонку рефлекс, на месте света — характерный свету, на месте метронома — метрономный рефлекс и т. д. Применяясь на порядковом месте дифференцировочного (отрицательного) раздражителя, этот индикаторный раздражитель вызывает очень слабый слюноотделительный рефлекс (иногда нулевой) и явно отрицательную двигательную реакцию. Бывают даже редкие случаи, когда собака отказывается от еды в эти моменты. Индикаторный раздражитель, таким образом, воспроизводит систему рефлексов в целом, как бы копирует весь опыт с системой раздражителей.

Согласовав с И. П. Павловым, мы условно „системностью“ называли этот новый вид работы больших полушарий, т. е. их способность синтезирования определенного порядка отдельных и разновидных условных рефлексов в единое целое и зафиксирование этой синтетической целостности.

2) Минимальное время, нужное для образования более или менее ясного отпечатка системности, для наших собак лежало в пределах 5—6 дней. Выразительность и крепость системности явным образом зависят от длительности применения системы раздражителей и индивидуальности собаки.

3) Из условных раздражителей, примененных в качестве индикатора для воспроизведения образованной в коре системности, лучше всего эту последнюю воспроизводят раздражители, близкие к дифференцировочному раздражителю. Из остальных раздражителей слабые лучше сильных воспроизводят системность; при этом слабые раздражители на местах сильных раздражителей системы вызывают более сильный условный эффект, чем это свойственно им.

4) Образованную в коре системность могут воспроизвести также те условные раздражители, которые не входили в систему раздражителей и не принимали участия в оформлении данной системности. Больше того, эти раздражители-индикаторы могут даже принадлежать к другим анализаторам, чем те, которые оформляли системность.

5) Разрушается системность каждодневным сплошным применением различных условных раздражителей; причем, если она разрушается только каким-нибудь одним раздражителем, то она оказывается разрушенной и для других раздражителей, не принимавших участия в разрушении системности.

6) Маленькие, даже одно- двухдневные перерывы в работе значительно восстанавливают находящиеся в процессе разрушения системности, тогда как очень длительные перерывы в работе ($2—2^1/_2$ месяца), разрушают даже крепкие системности.

7) При образовании системности посредством системы с равными паузами между раздражителями, индикаторный условный раздражитель воспроизводит образованную системность при своем применении как через меньшие, так и через большие паузы, чем пауза между раздражителями в системе.

8) Возможно образовывать системность помощью фиксированного порядка раздражителей, с изменяющимися паузами между ними; при этом индикаторный раздражитель воспроизводит системность как при применении через ровные паузы, так и при применении через изменяющиеся паузы.

9) Сказанное в пунктах 7 и 8 с очевидностью показывает, что при образовании системности решающую роль играет не время, а порядковые места раздражителей, хотя и нельзя отрицать значение времени для системности. На основании этого следует думать, что „условные рефлексы на время“ и „системность“ не являются тождественностью, хотя между ними существует некоторая связь.

10) Очевидно из сказанного, что системность является высшей формой синтетической работы больших полушарий и неразрывно связана с анализаторской их работой. Мне думается, что системность связана с тремя твердо установленными важнейшими моментами физиологии центральной нервной системы, именно: с взаимодействием различных частей, со свойством сохранения следов от временных функциональных изменений и со свойством фиксации этих следов.

Думается, что интимную сторону образования и воспроизведения системности в целом можно будет себе представить в таком виде. Случайный порядок раздражителей, при каждодневном неизменном применении в опытах, синтезируется и фиксируется корой больших полушарий в виде целостной цепи, звенья которой находятся в тесном взаимодействии. В отличие от цепного безусловного рефлекса, здесь действующее звено не приводит в активное действие следующее за ним звено, а только располагает, устанавливает его к действию. Главная роль индикаторов (раздражителей, воспроизводящих системность) сводится к тому, что они стимулируют, приводят к действию уже установленные звенья. Однако, кроме этого непосредственного вида действия, они оказывают и свое непосредственное действие на кору, и в итоге суммаций этих двух видов действия получается относительное отображение образованной системности в коре. При активном разрушении системности постепенно уменьшается посредственное действие индикатора-раздражителя, и параллельно с этим увеличивается непосредственное его действие.

Следует сказать, что по поручению И. П. Павлова ряд сотрудников наших лабораторий (В. И. Павлова, О. Ю. Зенвальд, Г. Скипин, Линдберг и др.) повторили и подтвердили полученные мною данные как по основному факту — образованию системности, так и по некоторым частностям.

Физиологический институт
Академии Наук.
Ленинград.

Поступило
20 II 1934.

PHYSIOLOGY

SYSTEMATISM IN THE WORK OF THE GREAT HEMISPHERES OF THE BRAIN

By E. ASRATĬAN

(Communicated by I. Pavlov, Member of the Academy, 20. II. 1934)

The analytical activity of the great hemispheres of the brain has been studied in more detail and with a greater thoroughness by the method of conditioned reflexes than their synthetical activity. 'The mechanism and localization of the synthetical nervous activity, unlike the analytical one, remain up to the present almost unknown. Of course, our first task is now to accumulate facts relating to the synthetical activity' — this is how academician I. Pavlov described the posture of affairs a few years ago. In 1930—1931 and partly in 1932 I was engaged in studying experimentally some problems which bear relation to the synthetical activity of the great hemispheres of the brain.

The work was carried on by the method of conditioned food reflexes. The dogs experimented upon ('Arch', 'Masis', and 'Bash') were healthy young animals, and, as it came out later on, possessed a strong nervous system and belonged to the sanguine variety of strong dogs.

All the three dogs were operated upon by me and before that had not been used by anybody for experiments on conditioned reflexes. Very soon positive as well as negative conditioned food reflexes (both salivary and motor ones) were formed. They were retained throughout the subsequent work.

In experimenting with these three dogs, I succeeded in bringing out the following new aspests of the conditioned-reflex activity of dogs.

1) If during a series of experiments conditioned stimuli are applied in a certain fixed order, according to a definite system, such a method of work causes the formation and fixation of an impression of the time sequence of the conditiond stimuli in question. This was shown by successive applications in one of the experiments of a single conditioned stimulus instead of the whole system of conditioned stimuli. It was found out that this stimulus in the place of each of the condidioned stimuli in the system calls forth a conditioned salivary reflex characteristic of the given stimulus. For instance, if the mechanical stimulus is used as an indicator stimulus, it calls forth in the place of the bell a reflex characteristic of the bell, in the place of light — one characteristic of light, in the place of the metronome — a metronome reflex, etc. When applied in the place of a differentiating (negative) stimulus, this indicator stimulus calls forth a very weak salivary reflex (sometimes equal to zero) and a clearly positive motor reaction. Cases occur when the dog refuses to take food at these moments. Thus, indicator stimulus reproduces the system of reflexes as a whole, it copies, as it were, the whole experiment with a system of stimuli.

This new type of work of the great hemispheres, i. e. their capacity of synthesizing a definite order of separate and variant conditioned reflexes into one whole and of fixing this synthetic wholeness, by agreement with academician I. Pavlov was provisionally called 'systematism'.

2) The minimum period necessary for the formation of a more or less distinct impression of a systematism was for our dogs from 5 to 6 days. The expressiveness and strength of a systematism depends clearly upon the length of time for which the system of stimuli has been applied and the individuality of the dog.

3) Of all the conditioned stimuli applied as indicators for reproducing the systematism formed in the cortex, those reproduced it best which were near to the differentiation stimulus. Of others, the weak stimuli reproduce a systematism better than the strong ones, the weak ones in the places of the strong ones calling forth a stronger conditioned reflex than one peculiar to them.

4) The systematism formed in the cortex may be reproduced also by those conditioned stimuli which did not enter into the system of stimuli and did not take part in the formation of the given systematism. These indicator stimuli may even belong to other analyzers than those which formed the systematism.

5) A systematism is destroyed by an everyday continuous application of different conditioned reflexes. If it is destroyed by some single stimulus, it is also destroyed for other stimuli which did not take part in destroying the systematism.

6) Short intervals in experimental work (even up to one or two days) considerably restore the systematism which is being destroyed, whereas very long intervals in work (2—$2^1/_2$ months) destroy even strong systematisms.

7) In the formation of a systematism by means of a system with equal pauses between the applications of stimuli, the indicator stimulus reproduces the systematism formed when it is applied both at shorter and at longer intervals than those between the applications of stimuli in the system.

8) It is possible to form a systematism by means of a fixed order of stimuli with varying pauses between them. Then the indicator stimulus reproduces the systematism both when it is applied at equal intervals and when it is applied at varying intervals.

9. What has been said under 7 and 8 shows clearly that in the formation of a systematism the determinant factor is not time, but the order of the application of stimuli, although there is no denying the importance of time for systematism. Therefore, it is to be concluded that conditioned time reflexes and systematism are not one and the same thing, although there exists a certain connexion between them.

10) It follows from what has been said above that systematism is the highest form of the analitical activity of the great hemispheres and is closely connected with their analytical activity. To my mind, systematism is connected with three firmly established essential elements of the physiology of the central nervous system, namely: with the interaction of different parts, with the property of retaining traces of temporary functional changes, and with the property of fixing these traces.

It would seem that the inner nature of the formation and reproduction of systematism as a whole may be pictured as follows: the casual order of stimuli in the course of their everyday unchangeable application in the experiments is synthesized and fixed by the cortex of the great hemipheres in the form of a continuous chain between whose links there exists a close interaction. Here, unlike an unconditioned chain reflex, the acting link does not put in action the following link, but only disposes it to action. The principal role of the indicators (i. e. of stimuli reproducing the systematism) is that they stimulate, put in action links already disposed to action. Besides this indirect form of action, however, they act also directly upon the cortex, and as a result of these two forms of action a relative impression of the systematism in the cortex is obtained. When the systematism is being actively destroyed, the indirect action of the indicator stimulus gradually decreases, and at the same time its direct action increases. It is necessary to point out that in pursuance of I. Pavlov's instructions a number of research workers of our laboratories (V. Pavlova, O. Zenvald, G. Skinin, Lindberg, and others) have repeated our experiments and corroborated the data obtained both with regard to the principal fact — the formation of a systematism — and with regard to some minor points.

Physiological Institute
of the Academy of Sciences.
Leningrad.

Received
20. II 1934.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

К ДИАГНОСТИКЕ ПОЛА У КОНОПЛИ

О. А. ВАЛЬТЕР и М. Ф. ЛИЛИЕНШТЕРН

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 31 I 1934*)

В работах одного из авторов (Вальтер), посвященных экспериментальному изучению изменчивости конопли под влиянием изменения фотопериодических условий, обнаружилось, что в определенных условиях характерные для мужских и женских растений признаки претерпевают большие изменения. В частности, в большом количестве случаев, как это уже отмечено в литературе Мольяром (1), Шафнером (2), Мак Фи (3) и другими чрезвычайным изменениям могут подвергаться органы цветка; например, цветок мужского растения путем образования завязи может стать обоеполым и далее, в связи с утратой тычинок, приобрести существенные черты женского цветка.

С другой стороны, исследованиями Вальтера выяснено, что изменчивость, выявляющаяся у конопли под влиянием фотопериодического воздействия, определяется изменениями, возникающими в этих условиях в эмбриональной ткани конуса нарастания. Считая, что в частности и динамика в сфере половой дифференцировки должна проявиться прежде всего в конусе нарастания, мы и решили проследить за возможным изменением биохимических процессов в конусе нарастания, предшествующим анатомическим и, тем более, морфологическим изменениям в растении.

Предпосылкою для данного исследования, очевидно, являлось нахождение таких биохимических отличий, по которым конус нарастания мужского растения конопли мог бы быть надежно отличен от конуса нарастания женского растения. С целью разработки диагностики пола у конопли по биохимическим особенностям конуса нарастания и было предпринято настоящее исследование, причем преимущественное внимание нами было уделено сравнительной характеристике окислительно-восстановительных условий в эмбриональной ткани конуса нарастания как мужских, так и женских растений.

На основании обширной литературы, в недавнее время монографически собранной Жуайе-Лаверн (4), мы имели основание прежде всего обратиться к исследованию окислительной и восстановительной способности живых тканей; при этом мы, пользуясь указаниями этого автора, могли применить к нашим объектам метод прижизненного введения в клетки ряда красителей, представляющих собой обратимые окислительно-восстановительные системы, а так же их лейкосоединений: определение окислительно-восстановительных условий связано в этих случаях с наблюдением за окраской объектов, характеристика которых в ряде случаев дополнялась еще применением реакции на пероксидазу (гваяковая смола + H_2O_2).

Вторым направлением наших исследований служило сравнительное изучение объектов в отношении внутриклеточного *p*H, для чего мы воспользовались разработанной Смолом (5) методикой, допускающей приближенное определение характеризующего ткани *p*H на основе применения ряда двухцветных индикаторов.

Материалом для наших опытов послужили кряжи двудомной конопли различного географического происхождения, выращенные на опытном участке Лен. института прядильных культур, а также горшечные экземпляры индийской однодомной конопли, выращенные в вегетационном домике. Все исследование проведено на живом материале. Срезы через верхушки главных или пазушных побегов приготовлялись бритвой на ручном микротоме. Растения с невыявленным к моменту определения полом снабжались номерками, и в дальнейшем с наступлением разделения полов проверялась правильность определений.

Для определения окислительно-восстановительной способности мы испытали различные краски и нашли, что предпочтение следует дать метиленблау в концентрации 0.1‰ при продолжительности воздействия в 2 минуты. С этой краской получены наиболее четкие результаты. Кроме метиленблау иногда, для проверки, применялся еще тионин и нейтральрот.

В результате многочисленных определений выявилось половое различие в окраске. Эмбриональная ткань конуса нарастания мужских растений всегда окрашивалась в метиленблау в интенсивно-синий цвет, не отличаясь по окраске от смежных тканей. Женский конус нарастания либо окрашивался в очень бледно-голубой цвет, либо вовсе не окрашивался; окрашивались лишь эпидермис и волоски, а также, иногда, паренхима.

От гваяковой смолы и перекиси водорода синели исключительно мужские конуса нарастания. Способность окрашиваться в лейкометиленблау и лейкотионине выявили лишь мужские конуса.

Все эти наблюдения говорили в пользу того, что женские конуса обладают более высокой восстановительной, а мужские — окислительной способностью. Это нуждалось, однако, в прямой экспериментальной проверке, для чего нами и был поставлен ряд специальных опытов для получения ответа на вопросы: 1. Действительно ли метиленблау восстанавливается в клетках женского конуса или же краска в них просто не проникает? 2. Распространяется ли восстановительная способность женских срезов и на окружающую среду? 3. Действительно ли мужские срезы обладают высокой окислительной способностью?

1. Для получения ответа на первый вопрос были поставлены следующие опыты:

а. Срезы женских верхушек были помещены в растворы метиленблау более высоких концентраций: 0.5 0.25 0.125 0.025‰; в них объекты выдерживались в течение 2 минут, после чего сразу переносились в воду и рассматривались. Результат: только в концентрации 0.5‰ конус окрасился.

б. Срез женской верхушки помещен в раствор метиленблау концентрации 0.5‰ на 2 минуты, затем перенесен в воду. Рассмотрение под микроскопом, не отрывая глаз. Результат: конус сильно покрасился, но через три минуты обесцветился.

в. 4 среза женской верхушки помещены в раствор метиленблау концентрации 0.5‰ и переносились в воду в разные сроки. Результат: при концентрации метиленблау в 0.5‰ конус в течение суток окрасился, но ни срез, ни агар не обесцветились; при концентрации в 0.3‰ конус не окрасился, агар значительно побледнел; в концентрации 0.2‰ конус не окрасился, агар через 30 минут значительно побледнел, а через сутки полностью обесцветился. То-же произошло и при концентрации в 0.1‰.

Итак, меняя концентрацию краски и продолжительность пребывания в ней срезов, мы могли установить, что метиленблау действительно сперва проникает в клетки женских конусов, а затем обесцвечивается.

2. По второму вопросу были поставлены следующие опыты:

а. Был приготовлен 1.5% агар-агар с метиленблау различных концентраций: 0.5, 0.3, 0.2 и 0.1‰; агар выливался ровным слоем на стекла одинаковой величины, и из него вырезывались квадратики размером 3 × 3 мм, которые размещались в определенном порядке на большом покровном стекле.

На стекле умещалось 16 квадратиков, по четыре для каждой концентрации. На два квадратика каждой концентрации клали по женскому (неокрашенному) срезу, а два остальных оставлялось для сравнения окраски. Покровное стекло примазывалось к кольцу влажной камеры, освобожденной от кислорода при помощи щелочного пирогаллата. Результат: срез 1-й после 2-минутного пребывания в краске обесцветился через 9 минут; срез 2-й, пробыв 12 минут в краске, побледнел через 15 минут, но не обесцветился; срез 3-й после 22-минутн. пребывания в краске лишь легко побледнел через 60 минут; срез 4-й, пробыв в краске 50 минут, не побледнел даже через сутки.

б. Аналогичный опыт был поставлен с микро-капельками тех же концентраций метиленблау (без агар-агара). Объем капель — около 0.001 см³. На поверхность капелек помещали отпрепарированный срез конуса нарастания женской верхушки. Результат: ни один из срезов не окрасился; через 10 минут все капельки обесцветились.

в. На срез мужской верхушки, интенсивно окрашенной метиленблау, был положен свежий женский срез (не бывший в растворе краски). Результат: через 30 ми-

нут весь мужской срез обесцветился (за исключением волосков). После удаления женского среза, мужской вновь посинел. Это было повторено несколько раз и всегда получался положительный эффект.

Эти опыты доказали, что женским конусам нарастания конопли свойственна высокая восстановительная способность, неограничивающаяся содержанием клеток, а распространяющаяся и на окружающую среду.

3. Опыты по третьему вопросу.

а. Срезы верхушек мужской конопли помещены в растворы метиленблау, следующих концентраций: 0.1, 0.05, 0.025, 0.002‰. Продолжительность пребывания в краске — 2 минуты; перенесение в воду и рассмотрение тотчас. Результат: на всех концентрациях (за исключением наиболее низкой) срезы окрасились.

Сопоставляя этот опыт с аналогичным описанным выше, проведенным с женскими срезами, можно прийти к выводу, что в то время как на концентрации 0.025‰ мужской срез еще способен окрашиваться, женские срезы при такой же продолжительности пребывания в краске, даже на более высоких концентрациях последней, этой способностью не обладают.

Этот опыт доказал, что женским конусам свойственна более высокая восстановительная способность, чем мужским, но еще не доказал окончательно, что последние обладают высокой окислительной способностью. Последнее доказано следующими опытами:

б. В растворах лейкотионина и лейкометиленблау мужские срезы приобретали такую же окраску, как в растворах невосстановленных красок, женские же срезы в них не окрашивались.

в. Реакция на перексидазу была положительной у мужских срезов, отрицательной у женских, т. е. мужские конуса окрашивались в синий цвет, женские не окрашивались.

г. На женский срез, выдержанный в течение 2 минут в метиленблау концентрации 0.1‰ и не посиневший, был положен свежий мужской срез, не бывавший в краске. Результат: конус нарастания женского среза посинел; после удаления мужского он вновь обесцветился.

Итак, на основании всех изложенных опытов мы вправе сделать вывод, что женским конусам свойственна более высокая восстановительная, мужским же окислительная способность.

Для определения внутриклеточного *p*H по Смолу мы обладали не всеми необходимыми индикаторами, были лишены возможности точно определить *p*H в клетках; однако, выяснилась ценная для диагностических целей особенность, что в растворах нескольких индикаторов мужские и женские срезы окрашиваются по разному; это указывает на разное *p*H в их эмбриональной ткани.

Окончательной проверкой того, что испытанные нами методы пригодны для диагностики пола у конопли, послужила серия опытов с горшечными экземплярами индийской однодомной конопли. В то время, когда мы производили определения, мы еще не знали, на каких побегах будут расположены мужские и на каких женские цветы.

Опыты с метиленблау выяснили, что конуса нарастания побегов 1-го порядка не окрашиваются в растворе концентрации 0.1‰, между тем как конуса побегов 2-го порядка окрашиваются в этой же концентрации. Опыты с индикаторами на *p*H выяснили, что верхушки этих же побегов в них окрашиваются по разному. Для того чтобы выяснить вопрос о половом характере морфологически неодинаковых побегов, было поставлено несколько опытов, в которых кроме верхушек побегов 1-го и 2-го порядка индийской конопли были взяты для сравнения и верхушки заведомо женской итальянской конопли, служившей в данном случае в качестве стандарта. В результате всех опытов выяснилось, что срезы итальянской женской конопли и срезы побега 1-го порядка дают тождественные реакции, верхушки же побегов 2-го порядка индийской конопли — резко отличающуюся.

Этим мы еще в вегетативной фазе развития установили, что у индийской конопли побеги 1-го порядка должны являться носителями женских цветов, а побеги 2-го порядка — мужских. Спустя значительный срок после описанных определений растения зацвели, и правильность нашего диагноза подтвердилась.

Главный вывод из проведенной нами работы сводится к тому, что конуса нарастания конопли биохимически дифференцированы в половом отношении и могут быть использованы для диагностики пола уже на ранней стадии развития растений.

Лаборатория биохимии и физиологии растений
Академии Наук. Ленинград.

Поступило
31 I 1934.

PLANT PHYSIOLOGY

CONTRIBUTION TO THE DIAGNOSIS OF SEX IN HEMP

By O. WALTHER and M. LILIENSTERN

(*Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 31. I. 1934*).

Experimental studies by one of the writers (Walther) of the variability of hemp under the influence of changing photoperiodic conditions have revealed that under certain conditions characteristic attributes of male and female plant undergo great changes. Thus, in a great number of cases, as has been pointed out by Molliard (1), Schaffner (2), Mc Phee (3), and other authors, the organs of the flower undergo great changes. For example, a flower of a male plant may become, bisexual, or acquire essential characteristics of a female flower.

On the other hand, the investigations of Walther have revealed that the changeability of hemp under the influence of changing photoperiodic conditions is determined by changes occurring under these conditions in the embryonic tissue of the growth cone. Being of the opinion that the dynamics in the sphere of sexual differentiation must also manifest themselves first of all in the growth cone, we decided to investigate the possible changes in biochemical processes in the growth cone, since these changes precede anatomical and, so much the more, morphological changes in the plant.

The *sine qua non* of this investigation was the discovery of biochemical distinctions by which the growth cone of a male plant might be safely distinguished from that of a female plant. The present investigation was undertaken for the purpose of working out the diagnosis of sex in hemp based upon the biochemical characteristics of the growth cone, one of our chief objects being to give a comparative description of the oxidation-reduction conditions in the embryonic tissue of the growth cone both of male and female plants.

On the basis of numerous investigations monographically collected of late by Joyet-Lavergne (4), we turned our attention first of all to the study of the oxidizing and reducing capacities of living tissues and, taking advantage of the suggestions of this author, we could apply in our investigation the method of introducing a series of dyestuffs forming reversible oxidation-reduction systems as well as their leuco-compounds into the living tissue. The determination of oxidation-reduction conditions involved in these cases colour observations, the data obtained being supplemented in a number of cases by the reaction with peroxidase (guaiacum + H_2O_2).

The second line of our investigations was a comparative study of the intracellular hydrogen-ion concentration. For that purpose we employed Small's method (5), which allows of an approximate determination of the hydrogen-ion concentration of a tissue with the aid of two-colour indicators.

We experimented upon specimens of diclinous hemp of different geographical origins raised on the experimental plot of the Leningrad Institute of Textile Plants and also upon specimens of Indian monoclinous hemp raised in a greenhouse. All the experiments were carried out upon living material. Sections of tops of principal or side shoots were prepared by means of a razor on a hand microtome. Plants whose sex had not become apparent by the time of determination were marked with numbers, and later on, when the division of sexes had taken place, the correctness of determinations was checked up.

Various dyes were tried for the purpose of determining the oxidation-reduction capacity, and it was found that preference should be given to methylene blue in a concentration of 0.1‰ acting for 2 minutes. The results obtained with this dye showed the greatest distinctness. Besides methylene blue we used sometimes also thionine and neutral red as a means of cheching up the data obtained.

As a result of numerous determinations the sexual distinction in colouring came out. The embryonic tissue of the growth cone of male plants aiways took on a deep blue colour when dyed in methylene blue, being of the same colour as the adjacent tissue. The female growth cone was either dyed very light blue or did not colour at all; only the epidermis and the hairs and sometimes also the parenchyma took on colour.

In the case of guaiacum and hydrogen peroxide only the male growth cone turned blue. The capacity to take on colour in leucomethylene blue and leucothionine was shown by male cones only.

All these observations indicated that female cones possess a higher reducing capacity, while male cones possess a higher oxidizing capacity. This conclusion, however, needed a direct experimental verification. Therefore, we have carried out a number of special experiments, so as to get answers to the following questions: 1. Is methylene blue really reduced in the cells of a female cone or the dye simply does not penetrate into them? 2. Is the reducing capacity of the female sections communicated to the surrounding medium? 3. Do the male sections really possess a high oxidizing capacity?

1. In order to get an answer to the first question, the following experiments have been carried out:

a. Sections of female shoots were placed in solutions of methylene blue of higher concentrations (0.5, 0.25, 0.125, 0.025 ‰) and were allowed to remain in them for two minutes; then they were immediately transferred into water and examined. Results: the cone took on colour only in the case of 0.5 ‰ concentration.

b. A section of a female shoot was placed in a solution of methylene blue of 0.5 ‰ concentration, then transferred into water and examined by the aid of a microscope without losing sight of the section for a moment. Results: the cone took on a deep colour, but lost it in three minutes.

c. Four sections of a female shoot were placed in a solution of methylene blue whose concentration was 0.5 ‰ and transferred into water after different periods of time. The results are given in the following table.

No of section	Period of time for which it remained in the dye (minutes)	Results
1	2	Lost colour in 9 minutes
2	12	Paled in 15 minutes, did not lose colour
3	22	Paled slightly in 60 minutes
4	50	Did not pale even in 24 hours

Thus, by changing the concentration of the dye and the length of time for which the sections remained in it, we could ascertain that methylene blue really first penetrates into the cells of female cones and then loses colour.

2. In order to solve the second question the following experiments have been carried out:

a. We prepared 1.5% agar-agar with methylene blue of different concentrations (0.5, 0.3, 0.2, and 0.1‰); a uniform layer of agar was placed upon pieces of glass of equal size, and it was cut into squares of 3 × 3 mm which were disposed on a large cover glass. 16 squares could be placed on the glass, four for each concentration. On two squares of each concentration female cones (colourless) were placed, the two others being left for comparison's sake. The glass was fixed to the ring of a moist chamber freed from oxygen by means of alkaline pyrogallate. The results are given in the following table:

Concentration of methylene blue (‰)	Results
0.5	Cone coloured within 24 hours; neither section nor agar lost colour.
0.3	Cone did not colour, agar paled considerably.
0.2	Cone did not colour, agar paled considerably and in 24 hours lost colour completely.
0.1	The same.

b. A similar experiment was carried out with minute drops of methylene blue of the same concentrations (without agar-agar). The volume of droplets was about 0.001 cm^3. A section of a femal growth cone was placed upon the surface of the droplets. Results: none of the sections coloured; in 10 minutes all the droplets lost colour.

c. A fresh female section that had not been dyed was placed upon a male section strongly dyed with methylene blue. Results: in 30 minutes the whole male section lost colour (with the exception of the hairs). When the female section had been removed, the male section turned blue again. This was repeated time and again with invariably positive effect.

These expreriments have proved that female growth cones of hemp possess a high reducing capacity which is not limited to the contents of the cells, but is communicated to the surrounding medium.

3. Experiments carried out in order to answer the third question.

a. Sections of male shoots were placed in solutions of methylene blue of the following concentrations: 0.1, 0.05, 0.025, 0.002‰. They remained in the dye for 2 minutes. Then they were transferred into water and immediately examined.

Results: the sections coloured in solutions of all the concentrations (the lowest excepted).

Comparing this experiment with a similar one described above and carried out with female sections, we are lead to the inference that while a male section is capable of taking on colour in a 0.025‰ solution, female sections, the length of time for which the section remains in the dye being the same, do not possess this capacity even in solutions of a higher concentration. This experiment proved that female cones are characterized by a higher reducing capacity than male cones, but not that the latter possess a high oxidizing capacity. The following experiments proved it:

b. In solutions of leucothionine and leucomethylene blue male sections took on the same colour as in solutions of unreduced dyes while female sections did not colour in these solution.

c. The reaction with peroxidase was positive in the case of male sections and negative in the case of female sections, i. e. male cones turned blue, female ones did not colour.

d. A fresh male section that had not been dyed was placed upon a female section that had been in a 0.1‰ solution of methylene blue for 2 minutes without having coloured. Results: the growth cone of the female section turned blue; when the male cone had been removed, it lost colour again.

Thus, on the basis of the foregoing experiments we are justified in concluding that female cones are characterized by a higher reducing capacity, while the male ones by a higher oxidizing capacity.

The Determination of the Intracellular *p*H according to Small's Method

In view of the fact that we did not possess all the indicators necessary for this method, we could not accurately determine the hydrogen-ion concentration in the cells; we have revealed, however, a characteristic valuable for diagnostic purposes, namely, that male and female sections colour in different ways in solutions of some indicators, which shows that their embryonic tissues have different hydrogen-ion concentrations.

A series of experiments with specimens of Indian monoclinous hemp raised in pots served as a final proof that our methods are suitable for the diagnosis of sex in hemp. While we were making our determinations we did not know which shoots would put forth male flowers and which — female flowers.

Experiments with methylene blue revealed that the growth cones of the 1st order do not colour in 0.1 ‰ solution, while those of the 2nd order colour in solutions of the same concentration. Indicator tests for *p*H revealed that the tops of the same shoots colour differently in different indicators. In order to determine the sexual nature of morphologically dissimilar shoots, we carried out a number of experiments in which besides the shoots of the 1st and 2nd orders of the Indian hemp we used for comparison's sake the shoots of the female Italian hemp, which served in that case as a standard. As a result of all the experiments it has been found out that the sections of the female Italian hemp and the sections of the shoots of the 1st order give identical reactions, while the shoots of the 2nd order of the Indian hemp — a widely different reaction.

In this way we established during the vegetative stage that shoots of the 1st order of the Indian hemp must carry female flowers, while those of the 2nd order must carry male flowers. A considerable period of time after the above-described determinations, the plants put forth flowers, and the correctness of our diagnosis was borne out.

Our principal conclusion is that the growth cones of hemp are biochemically differentiated in respect of sex and may be uses for the diagnosis of sex in the early stage of the development of hemp.

Laboratory of Biochemistry and
Plant Physiology of the Academy of Sciences,
Leningrad.

Received
31.1. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] M. Molliard. Rev. génér. de Bot., **10**, 321, 1898. [2] J. H. Schaffner. Science, **50**, 311, 1919. [3] H. C. Mc Phee. Journ. Agric. Res., 28, 1067, 1924. [4] Ph. Joyet-Lavergne. La physico-chimie de la sexualité. Protoplasma-Monographien, V, 1931. [5] J. Small. Hydrogen-Ion Concentration in Plant Cells and Tissues. Protoplasma-monographien, II, 1929.

ГИДРОЛОГИЯ

Г. Ю. ВЕРЕЩАГИН

ТЕРМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ТЕКУЧИХ ВОД

(*Представлено академиком А. А. Борисяком 2 I 1934*)

Если термика стоячих вод — озер — является в настоящее время более или менее разработанной, то термику текучих вод справедливо следует считать одним из самых отсталых участков гидрологии.

Вопрос о горизонтальном распределении температур в реках, как на профиле, так и вниз по течению, до последнего времени почти вовсе был открытым; вопрос о вертикальном распределении до сих пор находится в состоянии споров о том, существует оно или не существует; что же касается вопроса о калорическом балансе рек, то он ставился лишь в очень упрощенной форме, вовсе не отвечающей потребностям точного расчета.

Отсталое положение вопроса о термике рек тем более странно, что вопрос этот не только представляет большой теоретический интерес, но также связан с разрешением целого ряда важных практических вопросов. Тот тупик, в котором находится до сего времени вопрос о донном льде, является несомненным следствием недостаточной разработки вопроса термики реки, частный случай которого он представляет. Все современные представления о динамике водного потока исходят из заведомо неверного предположения о равномерном распределении температур в потоке, и даже специально посвященная вопросам связи перемешивания и температур воды в реке работа Маккавеева ([1]) исходит из неверного представления о равномерном распределении температур на профиле.

Не говоря о вопросах термического влияния притоков на основную реку, о вопросах прогноза вскрытий и замерзаний и т. д., вопрос о термике рек связан с рядом разнообразных отраслей практической деятельности, как на это справедливо указывает в ряде статей Шаубергер ([2]) и поставил вопрос на Четвертой международной гидрологической конференции балтийских стран И. Матусевич ([3]), подчеркнувший, что до сих пор еще не организовано систематическое изучение термики рек ни с теоретической стороны, ни со стороны массовой постановки нужных наблюдений.

Байкальской лимнологической станцией Академии Наук с 1930 г. производится специальное изучение термики р. Ангары. Заканчивающаяся в настоящее время обработка этих материалов, часть которых уже опубликована ([4, 5, 6]), позволяет притти к некоторым выводам, которыми характеризуется термика водных потоков вообще, в отличие от термики стоячих вод. Правда, следует сказать, что Ангара представляет исключительный объект благодаря тому, что она вытекает из Байкала, воды которого в термическом отношении сильно отличаются от рек всего района, и лишь постепенно, продвигаясь ниже по течению, эти воды меняются в термическом отношении. Благодаря этому, неоднородность Ангары выступает значительно резче, чем во многих других реках. Но Ангара, вместе с тем, является типичной рекой, вытекающей из большого

озера, и, кроме того, формулируя наши положения об отличительных особенностях термики рек, мы базировались не только на материалах по Ангаре, но также и на всех тех материалах по другим рекам, которые мы только собрали из литературы.

Полное изложение всего фактического материала, на котором основаны нижеприводимые нами заключения, вместе со сводкой литературных данных, к нему относящихся, составит предмет нашей специальной работы о термических периодах Ангары; в настоящей же работе мы ограничимся лишь сообщением формулировки основных отличий термики текучих вод от термики стоячих водоемов.

Если в вертикальном распределении температур стоячих вод наряду с механическим перемешиванием доминирующую роль играют конвекционные токи, вызываемые разностями плотностей, то в текучих водах, преобладающим фактором, влияющим на распределение температур, является динамика потока. Оказывая взаимное влияние, термика и динамика потока определяют такое их распределение, при котором наблюдаются всевозможные случаи температурной стратификации, начиная от обычной для стоячих вод прямой и обратной стратификации в местах со слабым течением и кончая стратификацией обратной той, которая наблюдается в стоячих водах.

В различных участках одной и той же реки, не говоря о разных реках, могут встречаться различные случаи вертикального распределения температур, которое к тому же меняется в зависимости от времени года, так что в споре о вертикальном распределении температур в реках правы обе стороны, так как бывают все случаи распределения и даже на одной и той же реке.

Главной причиной, обусловливающей особенности вертикальной стратификации температур в реках, является процесс перемешивания прибрежных вод со стрежневыми. Процесс этот, еще очень слабо изученный (7) с динамической стороны, тем не менее является очень важным со стороны термической. Как показало специальное изучение явления на профиле Ангары под Иркутском, температура придонных слоев стрежневой части реки как правило является приближающейся к температуре прибрежных вод реки.

Чем больше разность температур поверхности стрежневой части и прибрежья, тем сильнее выражена и вертикальная термическая стратификация в реке, причем в зависимости от времени года эта стратификация может быть различной. Указанные факты говорят за то, что в определенных случаях прибрежные воды втягиваются в стрежневую часть реки по дну, а стрежневые струи реки перекрывают прибрежные возле берегов.

Указанная особенность усиливает по сравнению со стоячими водами влияние берега на термику водоема. В то же время, в каждом потоке на единицу его площади поверхности приходится, сравнительно с озерами, очень значительная длина береговой линии, благодаря чему и влияние прибрежной зоны на термику рек значительно больше, чем в озерах, и с этой точки зрения дно на небольшом расстоянии от берега в течение летнего периода является источником прогревания водных масс. Что же касается поздне-осеннего и зимнего периода, то дно на незначительном расстоянии от берега является источником охлаждения водных масс. Что же касается дна, находящегося вне влияния берега, то оно в течение всего осеннего и зимнего периода служит источником прогревания водных масс, а в весеннее время — источником их охлаждения. Благодаря

течению, процесс теплообмена между дном, как у берегов, так и на середине, и водою совершается весьма интенсивно.

В каждой отдельной точке профиля реки температура воды не остается постоянной и подвергается быстрым колебаниям. Явление это, впервые точно наблюденное как раз на Ангаре Арцыбышевым (8) и истолкованное им как результат конвекционных токов, на самом деле вызывается перемешиванием струй воды различных температур при турбулентном движении вод потока. Мы называем это явление „температурными вибрациями". Вибрации составляют специфическую особенность термики потока. Амплитуда этих вибраций, т. е. разность температур, между которыми происходят изменения их, по нашим наблюдениям в истоке Ангары в марте 1933 года достигала 0.7°, а в сентябре 1933 года на том же профиле достигала 2.0°. Колебания температур происходят весьма быстро, иногда несколько в течение минуты. Периодичности в колебаниях температур пока не обнаружено. Амплитуда вибраций не одинакова на профиле; так, она достигает наибольших величин в поверхностных слоях на стрежне, уменьшается ко дну и наименьших величин достигает в прибрежных частях реки.

Величина вибраций различна на разных участках реки и достигает наименьших размеров на перекатах. Обнаруженные явления температурных вибраций требуют, чтобы методы измерения температур воды в потоке были пересмотрены. Температуры эти должны характеризоваться либо некоторыми средними величинами, получающимися в результате долгого выдерживания термометров с большой инерцией, либо измерениями тех пределов, между которыми в каждой точке колеблется температура, термометрами с возможно меньшей инерцией, по которым можно непрерывно следить за происходящим изменением температур в наблюдаемой точке профиля. Мы пользовались для изучения явления малоинерционным психрометрическим термометром в специальной оправе системы Альтберга и электрическим термометром сопротивления, но еще более пригодным для этих целей являются термобатареи, которыми пользовался Арцыбышев (8), но с некоторыми видоизменениями Сафронова (9).

В заключение следует сказать, что для разработки термики потоков необходима работа в двух направлениях: с одной стороны, проследить термические особенности рек на всем их протяжении от истока до устья, а с другой стороны, произвести сравнительное изучение термики различных типов рек, которые, несомненно, окажутся в термическом отношении не менее разнообразны, чем озера. Работы по термике рек, тесным образом связанные с вопросом динамики потока, требуют для своего разрешения усиления разработки ряда неясных вопросов в этой области, причем термика, быть может, явится в некоторых случаях методом для изучения вопросов динамики.

Байкальская лимнологическая станция
Академии Наук.
Ленинград.

Поступило
2 I 1934.

HYDROLOGIE

DIE THERMISCHEN EIGENTÜMLICHKEITEN FLIESSENDER WASSER

Von G. VEREŠČAGIN

(*Vorgelegt von A. Borissiak, Mitglied der Akademie, d. 2. I. 1934*)

Wenn die Thermik der stehenden Wasser — der Seen — heutzutage als einigermassen erforscht gelten darf, so können wir nicht umhin die Thermik der fliessenden Gewässer als eines der rückständigsten Gebiete der Hydrologie anzuerkennen.

Die Frage von der horizontalen Verteilung der Temperatur in den Flüssen sowohl im Querschnitt, als auch stromabwärts, stand bis ganz zuletzt so gut wie offen da, und die Frage von der vertikalen Temperaturverteilung befindet sich bis jetzt noch im Stadium der prinzipiellen Kontroverse über deren Existenzberechtigung. Was dagegen das Problem der kalorischen Bilanz der Flüsse betrifft, so wird es nur in einer vereinfachten Form gestellt, welche den Erfordernissen genauer Berechnung durchaus nicht entsprechen kann.

Die so rückständige Lage unserer Kenntnisse der Thermik von Flüssen ist um so befremdlicher, als dieses Gebiet nicht nur ein grosses theoretisches Interesse beansprucht, sondern auch mit der Lösung einer ganzen Reihe wichtiger praktischer Fragen verknüpft ist: so ist die Sackgasse, in welcher sich bis jetzt die Frage vom Grundeis befindet, — zweifellos eine direkte Folge des mangelhaften Standes der Forschung in Sachen der Flussthermik, wovon sie ein konkreter Spezialfall ist; alle gegenwärtigen Vorstellungen von der Dynamik des Wasserstromes entspringen der wissentlich falschen Voraussetzung einer gleichmässigen Verteilung der Temperaturen im Strome und sogar die speziell der Prüfung des Zusammenhanges von Vermischung und Temperaturen der Wasser im Strome gewidmeten Arbeiten, wie diejenige von Makkavejev [1], fussen auf der unrichtigen Vorstellung von einer gleichmässigen Verteilung der Temperatur im Profil.

Abgesehen von den Fragen vom thermischen Einfluss der Nebenflüsse auf den Hauptfluss, von der Prognose des Aufgehens und des Zufrierens u. s. w., ist die Flussthermik mit einer Reihe verschiedenartiger Zweige der praktischen Tätigkeit verbunden, wie Schauberger [2] in einer Reihe von Aufsätzen richtig darlegt; desgleichen Matusewicz [3], der die Frage auf der vierten internationalen hydrologischen Konferenz der Baltischen Staaten aufwarf und dabei hervorhob, dass bis jetzt eine systematische Erforschung der Thermik der Flüsse nicht organisiert ist, weder in theoretischer Beziehung, noch in Hinsicht massenhafter Aufstellung der erforderlichen Beobachtungen.

Auf der limnologischen Bajkal-Station der Akademie der Wissenschaften wird seit 1930 eine spezielle Arbeit zur Erforschung der Thermik des Flusses Angara geführt. Die gegenwärtig nahezu vollendete Bearbeitung des diesbezüglichen Materiales, von dem ein Teil schon veröffentlicht ist [4, 5, 6] erlaubt bereits einige Schlussfolgerungen, welche die Thermik der Ströme, im allgemeinen, charakterisieren, im Gegensatz zur Thermik der stehenden Wasser. Freilich ist zu bemerken, dass die Angara ein

ausschliessliches Objekt bildet, dank dem Umstande, dass sie aus dem Baikal fliesst, dessen Wasser in thermischer Hinsicht stark von den Flüssen des ganzen Gebietes abstechen und nur allmählich stromabwärts einer hinreichend normalen Thermik zustreben. Dank diesen Verhältnissen tritt die Ungleichartigkeit der Angara viel stärker hervor, als in vielen andern Flüssen. Aber die Angara ist doch zugleich der typische, einem grossen See entspringende Fluss und ausserdem, wenn wir unsere Auffassung von den eigentümlichen Kennzeichen der Flussthermik mit einiger Bestimmtheit zu formulieren trachten, so basieren wir uns nicht nur auf das Beobachtungsmaterial für die Angara, sondern auch auf sämtliche anderwertige Daten, welche wir aus der einschlägigen Literatur schöpfen konnten.

Eine vollständige Darlegung des ganzen Tatsachenmaterials, auf welchem die weiter unten formulierten Schlussfolgerungen basieren, nebst einer Zusammenfassung der diesbezüglichen literarischen Angaben, wird der Gegenstand unserer speziellen Arbeit über die thermischen Perioden der Angara sein; im vorliegenden Aufstatze beschränken wir uns fürs erste auf die Mitteilung einer kurzgefassten Gegenüberstellung der Thermik fliessender Gewässer derjenigen von stehenden Gewässer.

Wenn in der vertikalen Verteilung der Temperatur der stehenden Gewässer zugleich mit der mechanischen Vermischung, eine wesentliche Rolle den Konvektionsströmen zufällt, die von der Verschiedenheit der Dichten abhängen, so bildet bei fliessenden Gewässern die Dynamik des Stromes den vorherrschenden Faktor, welcher die Verteilung der Temperaturen beeinflusst; Thermik und Dynamik des Stromes bestimmen in ihrer Wechselwirkung eine solche Verteilung, bei welcher man alle möglichen Fälle von Temperatur-Stratifikation beobachtet, angefangen mit der für stehende Wasser üblichen, einfachen direkten und umgekehrten Stratifikation an Stellen mit schwacher Strömung, und schliessend mit einer Stratifikation, welche der in stehenden Wassern beobachteten direkt entgegengesetzt ist.

Auf verschiedenen Strecken eines und desselben Flusses, nicht zu reden von verschiedenen Flüssen, begegnet man den verschiedensten Fällen vertikaler Temperaturverteilung, welche dazumal sich auch je nach den Jahreszeiten verändert, so dass im Streite über die vertikale Temperaturverteilung in den Flüssen beide Seiten recht behalten mögen, da alle Fälle von Verteilung sogar innerhalb eines und desselben Flusses vorkommen können.

Der Hauptgrund, welcher die Eigentümlichkeiten der vertikalen Stratifikation der Temperaturen in den Flüssen bedingt, ist der Prozess der Vermischung der Uferwässer mit dem Stromstrich (der stärksten Strömung). Wenngleich dieser Prozess dynamisch noch sehr wenig studiert ist (7), so hat er nichtsdestoweniger in thermischer Beziehung eine grosse Bedeutung. Ein spezielles Studium der Erscheinung am Profil der Angara bei Irkutsk hat gezeigt, dass die Temperatur der Tiefenschichten der starken Strömung des Flusses in der Regel derjenigen der Uferwasser sich annähert. Je stärker der Unterschied zwischen der Temperatur des Wasserspiegels der starken Strömung und des Uferwassers ist, desto kräftiger ist auch die thermische vertikale Stratifikation im Flusse ausgeprägt, wobei diese Stratifikation je nach der Jahreszeit sich verschieden gestalten kann. Dieser Tatbestand spricht dafür, dass in bestimmten Fallen die Uferwässer am Grunde in den Stromstrich hineingezogen werden, während von der Mitte her oberflächliche Querströmungen immer wieder nach den Ufern

hinüberrieseln. Die angegebenen Eigentümlichkeiten verstärken, im Vergleich mit den stehenden Wassern, den Einfluss des Ufers auf die Thermik des Wasserbeckens. Gleichzeitig entfällt in jedem Strome auf eine Einheit seiner Oberfläche, im Vergleich mit den Seen, eine sehr bedeutende Länge der Uferlinie, so dass der Einfluss der Uferzone auf die Thermik für Flüsse hier beträchtlich grösser ist, als für Seen und, von diesem Standpunkte aus, bildet das Flussbett, auf einer unerheblichen Entfernung vom Ufer im Laufe der Sommerperiode eine Quelle der Durchwärmung der Wassermassen: in der Spätherbst- und Winterperiode dagegen bildet der Abschnitt des Flussgrunes in unerheblicher Entfernung vom Ufer eine Quelle der Abkühlung der Wassermassen. Was jedoch den Flussgrund anbetrifft, welcher sich ausserhalb des Einflusses des Ufers befindet, so dient er im Laufe der ganzen Herbst- und Winterperiode als Quelle einer Durchwärmung der Wassermassen, und im Frühjahr — als Quelle für deren Abkühlung. Dank der Strömung geht der Prozess des Wärmeaustausches zwischen dem Grunde des Flussbettes, sowohl am Ufer, als auch in der Mitte und den Wässern, mit grosser Intensität vor sich.

An jedem einzelnen Punkt des Flussprofils bleibt die Temperatur des Wassers nicht beständig, sondern unterliegt raschen Schwankungen. Diese Erscheinung, welche erstmalig von Arcybyšev gerade an der Angara beobachtet (8) und als Resultat von Konvektionsströmen gedeutet wurde, wird in Wirklichkeit durch Vermischung von Einzelströmungen verschiedener Temperatur bei turbulenter Bewegung der Stromwasser hervorgerufen. Wir bezeichnen dieses Phänomen als „Temperaturvibrationen". Diese Vibrationen bilden eine spezifische Eigentümlichkeit der Stromthermik. Die Amplitude dieser Vibrationen, d. i. die Temperaturdifferenz, in deren Spielraum die Schwankungen stattfinden, erreichte, nach unseren Beobachtungen, am Ausflusse der Angara, im März 1933 — 0.7°, und im September 1933 — am selben Profil 2.0°. Die Temperaturschwankungen geschehen sehr rasch, manchmal zu mehreren im Verlaufe einer Minute. Eine Periodizität wurde für diese Schwankungen noch nicht nachgewiesen. Die Amplitude der Vibrationen ist am Profil nicht gleichmässig; so erreicht sie den höchsten Betrag in den Oberflächenschichten am Stromstrich, nimmt gegen den Grund zu ab und sinkt auf die kleinsten Werte in den Uferteilen des Flusses.

Das Ausmass der Vibrationen ist auf verschiedenen Flussstrecken verschieden und erreicht die geringsten Beträge auf den Stromschnellen Die Feststellung dieser Temperaturvibrationen macht eine Revision der Temperaturmessungsverfahren für strömende Wasser unerlässlich. Diese Temperaturen müssen entweder durch gewisse Mittelwerte charakterisiert werden, welche als Resultate langen Aushaltens von Thermometern mit grosser Trägheit sich ergeben, — oder durch Messung der Grenzen des Spielraumes der Temperaturschwankungen an jedem Punkte mittels Thermometern von möglichst geringer Trägheit, mit welchen man in stetiger Weise jede Veränderung der Temperaturen an der beobachteten Stelle des Profils verfolgen kann. Wir bedienten uns zur Erforschung dieser Erscheinung eines psychrometrischen Thermometers von geringer Trägheit mit spezieller Einfassung nach Altberg und einem elektrischen Widerstandsthermometer, doch sind für diese Zwecke noch passender die Thermobatterien, deren sich Arcybyšev bediente (3), mit einigen von Safronov herrührenden Abänderungen (9).

Zum Schlusse sei gesagt, dass zwecks weiterer Ausarbeitung der Strom-Thermik die Arbeit nach zwei Richtungen zu führen ist: einerseits —

die thermischen Eigentümlichkeiten der Flüsse auf ihrer ganzen Ausdehnung von der Quelle bis zur Mündung zu verfolgen und andererseits, ein vergleichendes Studium der Thermik von Flüssen verschiedener Typen auszuführen die, zweifellos, in Hinsicht ihrer thermischen Beschaffenheit keinen geringeren Grad von Mannigfaltigkeit aufweisen dürften, als die Seen. Die Arbeiten über die Thermik der Flüsse in ihrer engen Verbindung mit Fragen der Dynamik des Stromes, erfordern zu ihrer Lösung angestrengte Bearbeitung einer Reihe noch nicht aufgeklärter diesbezüglicher Fragen, wobei die Förderung der Thermik möglicherweise in manchen Fällen als Forschungsmethode in Fragen der Dynamik wird verwertet werden können.

Limnologische Baikalstation
der Akademie der Wissenschaften.
Leningrad.

Eingegangen
d. 20. XI. 1933.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR.

[1] В. М. Маккавеев. Зап. Гос. гидрол. инст., Лгр., 1931, т. 5, стр. 75—116. V. Makkavejev. Mém. Inst. Hydrol., Lgr., 1931, Bd. 5, S. 75—116. [2] V. Schauberger. Die Wasserwirtschaft, München, 1931, Jahrg. 24, №№ 3, 5, 7, 9 и 10. [3] I. Matusewicz. IV hydrolog. Konferenz der Baltischen Staaten, Lgr., 1933, № 36, S. 1—25. [4] Г. Ю. Верещагин. Труды Байкальской лимнологической станции, Лгр., 1933, т. III, стр. 65—268. G. Vereščagin., Trav. Stat. Limnol. Bajkal, Lgr., 1932, Bd. III, S. 65—268. [5] Г. Ю. Верещагин. Изв. АН СССР, 1932, стр. 1473—1484. G. Vereščagin. Bull. Acad. Scinces URSS 1932, S. 1473—1484. [6] Г. Ю. Верещагин. Труды Байкальской лимнологической станции, Лгр., 1933, т. IV, стр. 104—147. G. Vereščagin. Trav. Stat. Limnol. Bajkal, Lgr., 1933, Bd. IV, S. 105—147. [7] Лелявский. Труды Первого съезда русских деятелей по водным путям, СПб, 1894, ч. I, стр. 138—165. Leliavskij. Arb. des ersten Kongresses russischer Gelehrten der Wasserwege, SPB, 1894, Bd. I, S. 138—165. [8] С. Арцыбышев. Изв. Биол.-геогр. исслед. института, Иркутск, 1925, т. II, вып. 2, стр. 1—8. — S. Arcybyšev. Nachr. des biol.-geograph. Forsch. Institut, Irkutsk, 1925, Bd II, Lief. 2, S. 1—3. [9] Ф. Н. Сафронов и др. Материалы по изучению ледовых явлений на реках Ангаре и Иркуте (рукопись). — Safronov und and. Materiale zur Erforschung der Eisphänomene auf den Flüssen Angara und Irkut (Manuskript).

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. В „Докладах" помещаются предварительные сообщения или статьи-конспекты научных работников СССР, содержащие в краткой форме наиболее существенные результаты их работы в области математики, естествознания и теоретической техники.

2. Объем статьи не должен превышать 10 000 печ. знаков.

3. Статьи направляются для напечатания в „Докладах" или непосредственно в редакцию, или через действительных членов Академии Наук.

4. Статьи принимаются для напечатания по отзыву членов Редакционной коллегии или действительных членов Академии Наук по специальности.

5. Каждая статья печатается на русском и на одном из иностранных языков, французском, английском или немецком. Автор должен представить вместе с русским текстом статьи ее перевод или резюме на одном из указанных иностранных языков.

6. Объем перевода не должен превышать 10 000 печ. знаков, резюме — не более 3 000 печ. знаков.

7. Цитируемая литература должна быть автором указываема не в подстрочных примечаниях, а в конце статьи общим списком с обозначением в тексте статьи порядковой цифрой ссылки на цитируемую работу.

8. В конце статьи автором должно быть обозначено на русском и иностранном языках название и местонахождение научного учреждения, в котором произведена работа.

9. Иллюстрации в „Докладах" помещаются лишь в исключительных случаях.

10. Статьи должны быть доставляемы в совершенно готовом к печати виде (переписанными на машинке на одной стороне листа, через два переката).

11. В виду срочности издания корректуры статей авторам не посылаются.

12. Автор получает бесплатно 50 отдельных оттисков своей статьи.

Редакционная Коллегия просит действительных членов Академии Наук при направлении статей в „Доклады" для напечатания указывать на статьях дату их получения от авторов.

Напечатано по распоряжению Академии Наук СССР
11 марта 1934 г.

Непременный секретарь академик *В. Волин*

Редакционная коллегия: академик А. А. Борисяк
академик С. И. Вавилов
академик А. А. Рихтер

Ответственный редактор академик-секретарь ОМЕН А. А. Борисяк

Редактор издания И. М. Эйзен. — Технический редактор М. И. Стеблин-Каменский

Сдано в набор 4 марта 1934 г. — Подписано к печати 10 марта 1934 г.

96 стр. (433—528)

Формат бум. 72 × 110 см. — 6 печ. л. — 51 840 печ. зн. в л. Тираж 3000 + 175

Ленгорлит № 4026. — АНИ № 209. — Заказ № 2667

Типография Академии Наук СССР. В. О., 9 линия, 12

Цена 3 руб.

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА

НА

„ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР“

(НОВАЯ СЕРИЯ)

с 1 января 1934 г. по 1 января 1935 г.

на год (36 выпусков) цена ..... 54 руб.

на полгода (18 выпусков) цена .. 27 руб.

«ДОКЛАДЫ» выходят ежедекадно (1, 11 и 21 каждого мес.)

Подписку и деньги направлять Сектору распространения Издательства Академии Наук Ленинград 53, В. О., Тучкова наб., 2, или сдавать доверенным, снабженным специальными удостоверениями

КОМПЛЕКТЫ

ИЗДАНИЯ

„ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР“

(НОВАЯ СЕРИЯ)

за 1933 год

Шесть выпусков — 20 печ. листов

Цена 9 руб.